

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТУСА
НАУКОВО-ДОСЛІДНА ЧАСТИНА

Білоголовський М. О., Житлухіна О. С., Радіо С. В.

ЗАРЯДОВИЙ ТРАНСПОРТ У КВАНТОВИХ МЕРЕЖАХ

Навчальний посібник

Вінниця
2022

*Затверджено рішенням Вченої ради ДонНУ імені Василя Стуса
(протокол № 8 від 23.12.2021 р.)*

- Автори:** **М. О. Білоголовський** – головний науковий співробітник спільної науково-дослідної лабораторії динаміки електронних процесів в гібридних структурах Інституту металофізики імені Г. В. Курдюмова НАН України і Донецького національного університету імені Василя Стуса, д-р фіз.-мат. наук, проф.;
О. С. Житлухіна – старший науковий співробітник спільної науково-дослідної лабораторії динаміки електронних процесів в гібридних структурах Інституту металофізики імені Г. В. Курдюмова НАН України і Донецького національного університету імені Василя Стуса, канд. фіз.-мат. наук;
С. В. Радіо – завідувач науковою частиною НДЧ, провідний науковий співробітник науково-дослідної частини Донецького національного університету імені Василя Стуса, канд. хім. наук, доц.
- Рецензенти:** **В. Г. Крижановський** – професор кафедри інформаційних технологій Донецького національного університету імені Василя Стуса, д-р техн. наук, проф.;
В. Є Шатернік – провідний науковий співробітник Інституту металофізики імені Г. В. Курдюмова НАН України, д-р фіз.-мат. наук.

Б 613 Зарядовий транспорт у квантових мережах: навчальний посібник / М. О. Білоголовський, О. С. Житлухіна, С. В. Радіо. Вінниця: ДонНУ імені Василя Стуса, 2022. 64 с.

У посібнику систематизовано базові методи передачі через твердотільні мережі квантової інформації, яка міститься в стані квантового носія. Наведено стислий огляд фундаментальних понять квантової теорії, які становлять основу таких процесів, викладено методику конкретних математичних розрахунків імовірності зарядового транспорту крізь квантові мережі з металевих дротів та представлено її застосування на прикладі двох нових квантових пристроїв. Наприкінці посібника запропоновано низку теоретичних питань для самостійної роботи студентів.

Посібник рекомендується студентам фізичних і радіофізичних факультетів (ОС «Бакалавр» спеціальностей 104 Фізика та астрономія, 125 Кібербезпека, 172 Телекомунікації та радіотехніка), докторантам і викладачам закладів вищої освіти IV рівня акредитації, а також дослідникам академічних інститутів, що працюють в галузі фізичних наук (квантова фізика, радіофізика, фізика твердого тіла), інформаційних технологій та електроніки.

УДК 537.222:621.382

© Білоголовський М. О., 2022
© Житлухіна О. С., 2022
© Радіо С. В., 2022
© ДонНУ імені Василя Стуса, 2022

ПЕРЕДМОВА

На 76-й сесії Генеральної Асамблеї Організації Об'єднаних Націй 02 грудня 2021 р. було проголошено 2022 рік Міжнародним роком фундаментальних наук для сталого розвитку. У такий спосіб було підкреслено, що фундаментальні науки є життєво важливими для прогресу медицини, промисловості, сільського господарства, водних ресурсів, енергетичного планування, навколишнього середовища, комунікацій і культури. Було зазначено, що створені завдяки ним передові технології відповідають потребам людства, оскільки надають доступ до інформації та забезпечують підвищення добробуту суспільства. Йдеться, зокрема, про квантові технології, які мають створити абсолютно безпечні системи передачі інформації. Метою навчального посібника є систематизоване висвітлення базових методів передачі квантової інформації, яка міститься в стані квантового носія, через твердотільні мережі. Наведено стислий огляд фундаментальних понять квантової теорії, які становлять основу таких процесів, викладено методику конкретних математичних розрахунків імовірності зарядового транспорту крізь квантові мережі з металевих дротів та представлено її застосування на прикладі двох нових квантових пристроїв, ще не реалізованих експериментально. Наприкінці посібника запропоновано низку теоретичних питань для самостійної роботи студентів.

Посібник рекомендується студентам фізичних і радіофізичних факультетів, аспірантам і викладачам закладів вищої освіти IV рівня акредитації, а також дослідникам академічних інститутів відповідного профілю.

ВСТУП

Наприкінці жовтня 2021 р. Міжнародний союз теоретичної і прикладної фізики (IUPAP) на своїй 30-й Генеральній асамблеї підтримав пропозицію Американського фізичного товариства щодо проголошення 2025 р. Міжнародним роком квантової науки і технологій. Наразі низка фізичних товариств разом із іншими національними організаціями розпочали підготовку проєкту відповідної резолюції Генеральної конференції Організації Об'єднаних Націй з питань освіти, науки і культури (ЮНЕСКО), яка має відбутися у 2023 р. Ця ініціатива світової фізичної спільноти має на меті відзначити сторіччя прогресу квантової науки, що зумовило появу принципово нових технологій від транзисторів до лазерів тощо.

Квантова наука досягла свого розквіту в 20-х рр. минулого сторіччя, а сьогодні квантово-механічні явища мають винятково важливе значення для подальшого прогресу економіки й суспільства, оскільки становлять основу фундаментальних інновацій у таких напрямках, як фотоніка, електроніка, комунікації, хімія, енергетика та науки про життя. Ці перші сто років існування квантової фізики, які принесли нам надпровідники, магнітно-резонансну томографію, оптоволоконні кабелі тощо, базувалися на таких квантових властивостях, як спін, тунелювання та квантовані енергії. І цей період, який зараз закінчується, отримав назву «Quantum 1.0». Друга хвиля квантових технологій, яка розпочалася останнім часом і має загальну назву «Quantum 2.0», має на меті створення, застосування і зчитування квантових станів матерії. Для цього потрібні більш складні, ніж раніше, квантові явища, такі як *суперпозиція* і *заплутаність*, про які йтиметься в матеріалах посібника.

«Quantum 2.0» має три основні напрями застосування: обчислення, зондування та комунікації. Квантове зондування охоплює технології, які використовують квантові ефекти для вимірів надзвичайно високої точності, наприклад, атомні годинники для вимірювання часу чи захоплені іони для детектування електричних полів. Квантові комунікації здебільшого охоплюють створення абсолютно безпечних систем передачі інформації. Квантові обчислення є найбільш амбітною сферою «Quantum 2.0» і передбачають насамперед створення квантового комп'ютера, реалізацію квантових мереж і, нарешті, квантового інтернету.

Метою навчального посібника є систематизоване висвітлення методики передачі квантової інформації, яка міститься в стані квантового носія, через *твердотільні мережі*. Відповідна теорія поєднує фізичний і інформаційний погляди на процеси в цифрових інформаційних каналах у разі, коли відповідні процеси базуються на квантових законах руху носіїв, які принципово відмінні від класичних. У цьому випадку найбільш важливим фактором стає заплутаність квантових станів. Ще одним принциповим моментом є неможливість копіювання

квантового стану носія інформації (*клонування*). З одного боку, це породжує проблеми з передачею інформації в каналах із шумом, а з іншого, дозволяє створити канали передачі інформації, яку неможливо перехопити. Цей розділ квантової інформації називають квантовою криптографією. Від квантової фізики теорія квантової інформації бере методи опису властивостей носіїв інформації, а від теорії інформації – методи оцінки ефективності відповідних каналів. Ми зосередитимемось на першому аспекті, а саме, фізиці передачі квантової інформації.

У першому розділі посібника буде розглянуто ті базові поняття квантової теорії, які становлять основу таких процесів. В другому розділі йтиметься про математичні розрахунки імовірності зарядового транспорту крізь квантові мережі з металевих дротів. Третій розділ на прикладі двох нових квантових пристроїв, ще не реалізованих експериментально, демонструватиме яким чином запропонована методика має використовуватись для розрахунків конкретних квантових пристроїв. Нарешті, а останньому розділі ми підсумовуємо цей учбовий матеріал і наводимо ключові теоретичні питання, які дозволять студентам перевірити власні знання з даного предмету.

РОЗДІЛ 1. БАЗОВІ КОНЦЕПЦІЇ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ

1.1 Імовірнісний характер еволюції квантової системи. Хвильова функція

Класична механіка та електродинаміка не в змозі пояснити багато аспектів атомних явищ. Найбільш яскравий приклад – спроба застосувати класичну електродинаміку до моделі будови атома, в якій електрони рухаються навколо ядра по класичних орбітах. Під час такого руху, як і під час будь якого руху зарядів із прискоренням, електрони мали б безперервно випромінювати енергію у вигляді електромагнітних хвиль і, зрештою, впасти на позитивно заряджене ядро. Отже, з класичного погляду атом має бути нестійким, що не відповідає дійсності. Ця суперечність вказує на те, що опис мікрооб'єктів вимагає фундаментальних змін в основних постулатах ньютонівської механіки.

Щодо останньої, то в ній рух окремих частинок однозначно контролюється електромагнітними та гравітаційними силами, і при цьому вважається, що будь якої миті часу t ми можемо точно вказати положення конкретної частинки. У разі, коли нам відомі також положення та швидкості всіх інших частинок системи, яка розглядається, в принципі ми можемо розрахувати їх у всі наступні моменти часу і, у такий спосіб, отримати чітко визначені траєкторії. Отже, вся часова динаміка класичної системи є повністю детермінованою. Як стверджував П'єр-Симон Лаплас, якби якась розумна істота змогла дізнатися про положення і швидкість усіх частинок у світі, вона могла б цілком точно передбачити всі події у Всесвіті.

Квантова механіка повністю заперечує абсолютний детермінізм Лапласа. Виявляється, що передбачити майбутнє фізичної системи з абсолютною точністю ми не можемо не через недостатні знання про неї та її складові, а тому що стан об'єкта задається *розподілом ймовірностей величин*, а не власне величинами, як у класичній фізиці. Звідси випливає принципова зміна процедури виміру, оскільки для визначення розподілу ймовірностей необхідний не один акт виміру, а досить велика кількість. Цей принцип, покладений в основу найбільш поширеної інтерпретації квантової механіки, яку зазвичай називають *копенгагенською*, оскільки вона була запропонована Нільсом Бором, вводить у квантову механіку ймовірнісний опис і корпускулярно-хвильовий дуалізм. Останній чудово ілюструє відомий двощільинний експеримент, де квантова частинка проходить як хвиля через обидві щілини, але на фотопластинці відображається в певній точці як частинка. Якщо цей експеримент повторити багаторазово, то розподіл ймовірностей у вигляді підсумкового потемніння фотопластинки матиме вигляд характерної дифракційно-інтерференційної картини для типової хвилі, яка проходить крізь обидві щілини й потрапляє на екран.

Для опису *хвильового* стану квантової частинки в рамках копенгагенської інтерпретації використовується комплексно-значна *хвильова функція*, квадрат модуля якої пропорційний імовірності перебування частинки в даній точці. На відміну від класичної фізики, в якій окремі частинки – це матеріальні точки, що мають у просторі певні координати й рухаються вздовж визначеної траєкторії, у квантовій теорії частинка не тільки не є локалізованою в одній точці, а здебільшого формально займає весь нескінченний простір. Останнє твердження треба розуміти у такий спосіб: у принципі частинку можна знайти будь-де у Всесвіті, але для цього потрібен неймовірно великий час, а ймовірність виявити її за якийсь *розумний із погляду нашого досвіду* час обмежено певною (знову-таки «розумною») областю простору. В такому разі поняття визначеної траєкторії не має вже сенсу, а рух описується в термінах потоку енергії та імпульсу.

Хвильова функція окремої частинки є добутком модуля функції $R(x,y,z,t)$ і фазового множника $\exp(i\varphi(x,y,z,t))$, де $i = \sqrt{-1}$, φ – фаза хвильової функції:

$$\psi(\mathbf{r},t) = \psi(x,y,z,t) = R(x,y,z,t)\exp(i\varphi(x,y,z,t)). \quad (1.1)$$

Ця функція мусить бути однозначною, неперервною, квадратично інтегрованою й нормованою. Вона пов'язана з густиною ймовірності перебування частинки у визначеній ділянці простору у визначений момент часу: ймовірність перебування частинки в деякій точці пропорційна квадрату модуля хвильової функції в ній. Останнє твердження означає, що ймовірність знаходження частинки в нескінченному просторі Ω має дорівнювати одиниці:

$$\iiint_{\Omega} |\psi(x,y,z,t)|^2 dx dy dz = 1. \quad (1.2)$$

Винятком є частинка, яка рухається за відсутності зовнішніх полів і є *делокалізованою*. Її ψ -функція не спадає на нескінченності, а тому нормування в сенсі рівняння (1.2) неможливе. Далі ми побачимо, як ця проблема може бути вирішена під час аналізу квантово-транспортних задач.

Основним рівнянням копенгагенського підходу до квантової механіки, яке використовується для знаходження хвильової функції $\psi(x,y,z,t)$ за конкретних умов, що визначаються зовнішніми полями, є рівняння Шредінгера:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r},t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\mathbf{r},t) + U(\mathbf{r},t)\psi(\mathbf{r},t), \quad (1.3)$$

де $U(\mathbf{r},t)$ – потенціальна енергія, а Δ – оператор Лапласа. Частинний розв'язок рівняння (1.3) визначається формою функції $U(\mathbf{r},t)$ і граничними умовами.

Зауважимо, що це диференціальне рівняння є лінійним і однорідним, тому у разі, коли воно має декілька розв'язків, будь-яка їхня лінійна комбінація є також її частинним розв'язком. Цей *принцип суперпозиції*, руйнування якого внаслідок втручання реального спостерігача або просто навколишнього середовища називають *декогеренцією*. Принцип квантової суперпозиції покладено в основу фейнманівської інтерпретації квантової механіки, яку буде розглянуто далі. Остання вважає, що мікроскопічно мала частинка може знаходитися у будь-якому квантовому стані, що є розв'язком рівняння Шредінгера (1.3). До процесу вимірювання різні стани інтерферують один із одним на зразок хвиль. У разі вимірювання стану частинки, ми отримаємо один із можливих результатів із більшою чи меншою ймовірністю. Для макроскопічного об'єкта існує лише один *точно визначений* шлях, ймовірність якого у величезну кількість разів вища за ймовірність інших квантових шляхів. Це і є *класична траєкторія* частинки, яка визначається ньютонівською механікою.

На сьогодні процес перетворення квантових законів у класичні є суперечливою темою. Наприклад, згідно з однією з сучасних гіпотез – *квантовим дарвінізмом* – навколишнє оточення мікроскопічного об'єкта не нищить її квантовість «без розбору», а «зберігає» певні стани, знищуючи інші. Ба більше, ця властивість стабільності, що сприяє появі супервідбору окремих станів під впливом навколишнього середовища, також сприяє і їхній «приспосовуваності» шляхом створення у ньому максимально можливої кількості своїх копій (процес, подібний до природного добору Дарвіна – виживання та переважне розмноження найбільш пристосованих до умов навколишнього середовища живих істот).

Повертаючись до формули (1.3), звернемо увагу на випадок стаціонарного поля, коли потенціальна енергія U не залежить від часу. У такому разі повна механічна енергія частинки E у процесі її еволюції лишається незмінною, а хвильова функція, яка визначається рівнянням (1.3), теж є *стаціонарною*:

$$E\psi(\mathbf{r},t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta\psi(\mathbf{r},t) + U(\mathbf{r},t)\psi(\mathbf{r},t). \quad (1.4)$$

Фейнман показав, що амплітуда, обчислена згідно з його принципами, також породжує рівняння Шредінгера для гамільтоніана, що відповідає цій дії. Водночас підхід Фейнмана є зручним для вирішення транспортних завдань, рівняння Шредінгера для комплекснозначної хвильової функції є зручнішим і простішим для дослідження стаціонарних станів квантово-механічної системи. Наголосимо ще раз, що хвильова функція пов'язана з густиною ймовірності перебування частинки у визначеній ділянці простору у визначений момент часу: ймовірність

перебування частинки в деякій точці пропорційна квадрату модуля хвильової функції в ній.

1.2 Принцип невизначеності, корпускулярно-хвильовий дуалізм

Принцип невизначеності для квантових об'єктів, який було сформульовано в 1927 р. німецьким фізиком Вернером Гейзенбергом, є одним із основних положень квантової механіки. Зокрема він стверджує, що одночасно виміряти з довільною точністю координату та імпульс квантової частинки неможливо, ба більше, неможливо умовно побудувати такий квантовий стан, у якому система одночасно характеризувалася б точними значеннями координати та імпульсу. Якщо прийняти хвильовий характер квантових мікрооб'єктів, то цей принцип стає навіть очевидним, оскільки подібне твердження подібне до відповідного висновку в оптиці про те, що монохроматичний пучок світла не можна сфокусувати точніше, ніж до розмірів порядку довжини хвилі. Аналогічно цьому будь-яку квантову частинку неможливо сфокусувати в просторі до розмірів, менших за половину довжини хвилі, яка визначається її хвильовою функцією. Відтак квантова інформація має передаватися за допомогою створеного у деякий момент часу нескінченного набору складових осцилюючих хвиль із різними хвильовими числами і такими фазами та амплітудами, які вони конструктивно інтерферують лише в невеликій області простору та деструктивно в усіх інших місцях. Такий квантовий сигнал називають *хвильовим пакетом*.

Ідея *корпускулярно-хвильового дуалізму*, тобто того, що квантові об'єкти поводяться як хвилі в одних ситуаціях і як частинки в інших, є однією з найбільш суперечливих концепцій у сучасній фізиці. До сьогодні вона обговорювалася лише якісно, і тільки зараз отримала кількісне обґрунтування в роботі південно-корейських фізиків, яку згідно з рейтингом журналу британського Інституту фізики (Institute of Physics, IOP) «Physics World» було визнано однією з десяти найбільш проривних фізичних досліджень 2021 р. [1].

У своїй роботі «Quantitative complementarity of wave-particle duality», надрукованій в журналі «Science Advances» [2], автори використали повністю контрольовані оптичні джерела для вимірювання ступенів хвильового і частинкового характеру одного фотону. Як зазначалося вище, у разі, коли цей фотон стикається з бар'єром із двома тонкими отворами, він створює на екрані за ним інтерференційну картинку, але тільки у тому випадку, коли ми не визначаємо (або навіть не намагаємося визначити) шлях розповсюдження фотона. Така інтерференційна картина ідентифікує фотон як хвилю, оскільки частинка створює лише одну світлову точку на екрані. Однак, якщо в отворах розмістити детектори, тобто визначити,

через котру щілину пройшов фотон, інтерференційна картина зникне, тобто фотон почне поводитися як частинка. Принцип *корпускулярно-хвильового дуалізму* стверджує, що обидва експериментальні результати необхідні для повного розуміння квантової природи фотона.

У зазначеному експерименті дослідники світили лазером на два кристали літію ніобату, кожен із яких створював два фотони – «сигнальний» і «холостий». Два «сигнальні» промені направлялися на інтерферометр для отримання відповідної інтерференційної картини, яка мала визначати хвильовий характер фотонів, водночас як на шляху «холостих» променів було розміщено детектор для того, щоб його характер руху був подібним до частинки. Оскільки обидва фотони було створено разом, вони утворюють єдиний квантовий стан, який має бути і хвильовим, і частинковим одночасно. Змінюючи відносну інтенсивність вхідних променів, дослідники мали змогу впливати на інтерференційну картину, створену «сигнальними» променями. У разі, коли працював переважно один із кристалів, складна картина на екрані була ледь помітною, тобто фотон був подібний до частинки. Проте, коли інтенсивності випромінюваних «сигнальних» фотонів майже дорівнювали одна одній, спостерігалася чітка інтерференційна картина, яка демонструвала хвильовий характер фотона. У такий спосіб можна було візуалізувати хвильовий характер фотона. Проведені експерименти встановили, що фотон дійсно *одночасно* є частково хвилею, а частково частинкою.

1.3 Явище заплутаності квантових станів

Повернемося до конкурсу британського журналу «Physics World», який мав обрати найкращу роботу 2021 р. серед сотень запропонованих досліджень. Робота південнокорейських фізиків, розглянута вище, була однією з десяти фіналістів, проте справжнім проривом 2021 р. було обрано наукові результати двох незалежних команд – «Quantum mechanics–free subsystem with mechanical oscillators» наукової групи з Фінляндії та Австралії [3] та «Direct observation of deterministic macroscopic entanglement» наукової групи зі США [4], – які реалізували експериментально ефект квантової заплутаності (entanglement) для двох макроскопічних об'єктів і, у такий спосіб, суттєво покращили наше розуміння пограничних станів між квантовими та класичними реалізаціями.

Квантова *заплутаність* виникає, коли два окремі об'єкти стають міцно пов'язаними один із одним завдяки ефекту, який неможливо пояснити класичною фізикою. Цей феномен є потужним ресурсом у квантових комунікаційних протоколах і передових технологіях, спрямованих на імплементацію квантових систем.

Досі заплутаність, переважно, обмежувалася надзвичайно малими об'єктами, такими як пари атомів або одиничні атоми, іони, фотони, носії заряду в конденсованих середовищах тощо. В зазначених публікаціях 2021 р. вперше було продемонстровано можливість реалізації квантової заплутаності в масивних макроскопічних системах. Очікується, що переплутування в такому великому масштабі довжини та маси знайде широке застосування як у практичних додатках, так і у фундаментальній фізиці для дослідження границі між класичним і квантовим світами.

Як вже зазначалося вище, заплутаність – це суто квантове явище, під час якого квантовий стан двох або більшої кількості об'єктів існують у взаємозв'язку, навіть якщо окремі об'єкти рознесено в просторі. Наслідком цього є кореляції між їхніми фізичними властивостями. Наприклад, це може бути єдиним станом двох частинок зі спіном догори і спіном, спрямованим донизу, коли неможливо передбачити, яка з частинок фактично рухатиметься в заданому напрямку, проте виміри орієнтації спіну в одній системі миттєво впливають на іншу систему, сплутану з нею. Зауважимо, що, в принципі, у такий спосіб можна передавати інформацію в класичному сенсі, проте тільки зі швидкістю, меншою за швидкість світла.

Щоб подолати розрив між нашим щоденним класичним досвідом і передбаченнями квантової механіки, а також з'ясувати питання, чи має квантова теорія фізичні межі, бажано було б продемонструвати універсальність квантових принципів на макроскопічних системах. Саме це і було зроблено вперше в 2021 р. двома дослідницькими групами, згаданими вище, які показали наявність квантових кореляцій між окремими *макромасштабними* механічними системами. Обидві експериментальні реалізації використовували мембрани двох барабанних головок мікрометрового розміру, які коливалися разом майже ідеально синхронізовано. Їхня поведінка імітувала рух двох маятників, які гойдаються з однаковою амплітудою і протилежною швидкістю. Повторивши експеримент десять тисяч разів, дослідники виявили, що миттєві позиції двох мембран чітко стежать одна за одною з точністю понад поріг, дозволений класичною фізикою, – а це і є ознакою квантової заплутаності.

Зауважимо, що відповідно до принципу невизначеності Гейзенберга, розглянутого вище, точне спостереження положення квантового об'єкту має збурюючий вплив на його імпульс. Це збурення, яке називається квантовою зворотною дією, обмежує виміри точного розташування квантового об'єкта. Проте автори продемонстрували, як можна обійти цей ефект, розглядаючи мембрани як єдину віртуальну сутність.

Отже, у 2021 р. квантова заплутаність була вперше наочно продемонстрована в системах із механічними ступенями свободи і розмірами, які були дуже великими порівняно з об'єктами атомного масштабу, де зазвичай спостерігаються

квантові ефекти. Окрім значного розширення області існування квантових ефектів, а також виявленої здатності маніпулювати ними, ці проривні роботи можуть привести до створення нових логічних вентилів та значного прогресу виміральної техніки. Дійсно, на основі заплутаної системи можна буде створити систему обробки інформації, в якій кожна пара мембран буде виконувати роль кубіта. Об'єднання декількох пар мембран, з'єднаних між собою, може привести до реалізації нового типу квантового процесора. Порівняно з атомними пристроями, вібраційну мембранну платформу досить легко виготовити в макроскопічному масштабі, а потім і керувати такими об'єктами для реалізації транспортних процесів.

1.4 Фейнманівський підхід до аналізу квантового транспорту

Оскільки далі йтиметься про квантовий транспорт, ми будемо базуватися на фейнманівській інтерпретації квантової механіки, в якій перехід частинки з однієї позиції в іншу є природним узагальненням класичних просторово-часових траєкторій, кожна з яких робить свій певний внесок у загальну ймовірність переходу частинки з точки А у точку В (див. рис. 1.1). За деяких умов фазові множники для окремих траєкторій майже повністю компенсують один одного і некомпенсованим залишається тільки внесок однієї траєкторії, яка відповідає звичайному класичному руху даної частинки.

Р. Фейнман запропонував такі три постулати для опису руху квантової частинки, на яких базується вся подальша квантова теорія:

1) ймовірність P деякої події – це квадрат модуля комплексного числа ψ , що має назву *амплітуда ймовірності*: $P = \psi\psi^* = |\psi|^2$;

2) амплітуда ймовірності отримується додаванням вкладів всіх історій у конфігураційному просторі або більш конкретно (для випадку стаціонарного квантового транспорту) для всіх можливих траєкторій;

3) кожен внесок у повну амплітуду ймовірності пропорційний $\exp(iS/\hbar)$, де $\hbar$ – постійна Планка, а S – інтеграл за часом від лагранжіана по відповідному шляху. Під лагранжіаном ми розуміємо інтеграл від щільності лагранжіана за просторовими змінними (щодо останнього, то до його визначення в нерелятивістській класичній механіці ми ще повернемося).

Для того щоб знайти повну ймовірність амплітуди для даної події, потрібно підсумувати або проінтегрувати всі можливі амплітуди в просторі для системи, яка рухається від початкового до кінцевого стану. Це означає, що для одиничної частинки, яка переміщується з одного місця в інше за заданий час, необхідно розглядати всі траєкторії, включно з найхімернішими (рис. 1.1). При цьому амплітуди ймовірності для них вважаються рівними за величиною (модулем), але

різними за фазою. Внески, які значно відрізняються від такого в класичній траєкторії, придушуються інтерференцією зі внесками для подібних шляхів, але з протилежними квантовими фазами.

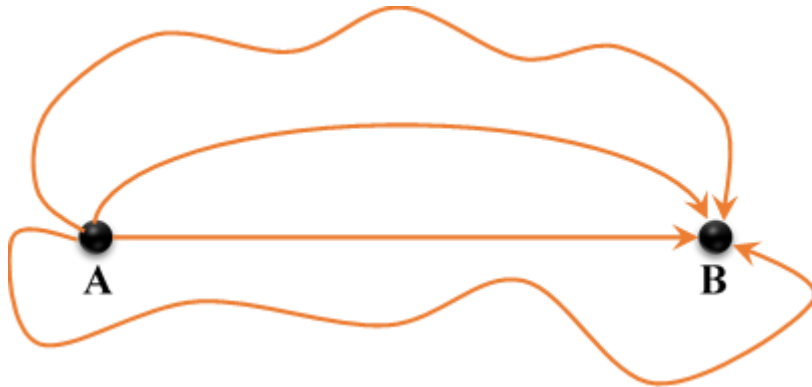


Рис. 1.1 – Приклади декількох траєкторій, які роблять внесок у розрахунок повної амплітуди ймовірності для процесу переміщення квантової частинки з точки A в точку B

Як показав Фейнман, таке формулювання квантової механіки еквівалентне іншим (більш стандартним і вже звичним) підходам до квантової механіки. Зокрема, амплітуда, обчислена згідно з його принципами, породжує рівняння Шредінгера для гамільтоніана, що відповідає даній функції S . Водночас підхід Фейнмана є зручним для вирішення транспортних завдань, рівняння Шредінгера для комплекснозначної хвильової функції зручніше і простіше для дослідження стаціонарних станів квантово-механічної системи. Також, фейнманівський підхід пояснює природу принципу дії, відомого з класичної ньютонівської механіки, у термінах квантової суперпозиції у такий спосіб. Система не повинна знати заздалегідь, куди вона рухається, а саме ефекти інтерференції насправді забезпечують реалізацію тільки тих траєкторій, ймовірність яких порівняно велика, внаслідок чого система в середньому рухається класичним шляхом.

Повернемося до визначення щільності лагранжіана L як локальної характеристики еволюції механічної системи, яку було в історичному плані введено в рамках так званої *лагранжевої механіки* як різницю кінетичної W та потенційної U енергії даної системи:

$$L[\mathbf{r}(t), d\mathbf{r}(t)/dt, t] = \frac{m(d\mathbf{r}(t)/dt)^2}{2} - U(\mathbf{r}(t)), \quad (1.5)$$

де m – маса частинки, а $\mathbf{v}(t) = d\mathbf{r}(t)/dt$ – вектор швидкості. Дія у фізиці – це скалярна величина (число), яка є мірою руху даної фізичної системи. Математично це функціонал, у якому аргументом є траєкторія її руху:

$$S = \int L[\mathbf{r}(t), d\mathbf{r}(t)/dt, t] d\mathbf{r} dt. \quad (1.6)$$

Дію можна обчислити для абсолютно довільної траєкторії, якою б «дивною» вона не була. Однак у класичній механіці серед всього набору можливих траєкторій існує одна-єдина, яка відповідає реальному руху даного тіла в природі. Принцип, згідно з яким така траєкторія виділена з нескінченної кількості можливих, називається *принципом найменшої дії*, відповідно до якого з усіх можливих шляхів системи реалізується той, який відповідає мінімальному значенню дії. При цьому розглядаються всі можливі траєкторії, які починаються в момент часу t_A в певній точці А конфігураційного простору й закінчуються в момент часу t_B в точці В.

Щодо квантової механіки, то у фейнманівському формулюванні стверджується, що частинка рухається з початкового стану до кінцевого відразу по всіх мисливих траєкторіях, яких, очевидно, безліч. Амплітуда ймовірності переходу з одного заданого стану до іншого є сумою амплітуд по всіх цих шляхах і записується у вигляді такого функціонального інтеграла:

$$\psi \sim \int [D\mathbf{r}] \exp(iS[\mathbf{r}]/\hbar), \quad (1.7)$$

де $[D\mathbf{r}]$ – умовний запис нескінченного функціонального інтегрування по всіх траєкторіях $\mathbf{r}(t)$. Класична межа в цьому випадку відповідає досить великому відношенню $S[\mathbf{r}]/\hbar$. Тоді для майже будь-якої траєкторії руху системи знайдеться такий шлях, на якому набіг фази буде точно протилежним, і в підсумку в сумі вони дадуть нульовий внесок. Єдиним винятком є траєкторії, для яких дія близька до екстремального значення (для більшості систем воно мінімальне). Отже, в такому підході явно виникає перехід від квантової механіки до класичної, тобто класичний принцип найменшої дії є лише окремим випадком найбільш загальних квантових законів.

Отримаємо далі вираз для амплітуди ймовірності переходу вільної частинки з точки А в точку В. Якщо цей рух відповідає швидкостям, набагато меншим за швидкість світла, то для розрахунку густини лагранжіана достатньо звичайного ньютонівського наближення для кінетичної енергії (1.5): $L[\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t), t] = \frac{m\mathbf{v}^2(t)}{2}$.

Розрахуємо інтеграл від густини лагранжіана по простору та визначимо дію для деякої заданої траєкторії руху частинки $\mathbf{r}(t)$ від точки А до В. Отримаємо, що

$S = \int_{t_A}^{t_B} m\mathbf{v}(t) \frac{d\mathbf{r}(t)}{dt} dt = \int_A^B m\mathbf{v}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int_A^B \mathbf{p}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$, де $\mathbf{p}(\mathbf{r})$ – імпульс частинки у класичній механіці. Отже, відповідна амплітуда ймовірності переходу вільної частинки з однієї точки до іншої пропорційна:

$$\psi \sim \exp(i \int_A^B \mathbf{p}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} / \hbar) = \exp(i \int_A^B \mathbf{k}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}). \quad (1.8)$$

У співвідношенні (1.8) $\mathbf{k}(\mathbf{r}) = \mathbf{p}(\mathbf{r}) / \hbar$ називають *хвильовим вектором* частинки. Він спрямований перпендикулярно до фазового фронту біжучої хвилі, а його абсолютне значення дорівнює хвильовому числу $k = 2\pi / \lambda$. У цій формулі $\lambda = h / mv = h / \sqrt{2mE}$ – це довжина хвилі амплітуди ймовірності, яка проявляє себе для будь-яких частинок, що мають кінцевий імпульс, внаслідок чого вони мають не тільки корпускулярні, а й хвильові властивості. Тобто демонструють такі самі ефекти дифракції та інтерференції, як і світло, хоча в інших випадках можуть проявляти себе подібно до класичних частинок (корпускулярно-хвильовий дуалізм, розглянутий вище).

У загальному випадку амплітуда ймовірності залежить від часу, тому і густина ймовірності знаходження частинки залежить від нього. Це означає, що існує густина потоку ймовірності $\mathbf{J}$, і для його обчислення ми маємо знайти залежність потоку густини від амплітуди ймовірності ψ . Оскільки ймовірність має зберігатися локально, то ми можемо скористатися рівнянням неперервності – співвідношенням між швидкістю зміни густини матерії і її потоком, яке є універсальним для будь-якої величини: $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \mathbf{J} = 0$, де ρ – це її густина, а $\mathbf{J}$ – густина потоку цієї величини. Тоді в нашому випадку вільної частинки ми маємо $\rho = \psi \psi^*$, водночас:

$$\mathbf{J} = \psi \psi^* \mathbf{v} = \psi \psi^* \nabla S / m. \quad (1.9)$$

Більш зручним і поширеним є запис цього рівняння у вигляді:

$$\mathbf{J} = \frac{i\hbar}{2m} (\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi). \quad (1.10)$$

Якщо обчислити густину струму ймовірності, що переноситься одновимірною хвилею $\exp(ikx)$, то, застосувавши рівняння (1.10), ми відразу знайдемо, що він дорівнює $\hbar k / m$, а це саме та швидкість, яка очікується від співвідношення де Бройля $p = \hbar k$. Зауважте, що для такої хвилі густина ймовірності не змінюється з часом, а втім, ми маємо відмінний від нуля потік ймовірності.

Оскільки частинка не може безслідно зникати або з'являтися, ймовірність знаходження її в нескінченно великому просторі має дорівнювати одиниці, тобто бути достовірною. Ця умова має назву *умови нормування*. Для задач квантового транспорту зручніше використовувати амплітуди ймовірності переходу частинки

з однієї точки простору в іншу, нормовану на одиничний потік. Отже, остаточно з урахуванням співвідношення (1.8) ми маємо рівність:

$$\psi = \frac{m}{\hbar\sqrt{k}} \exp(i \int_A^B \mathbf{k}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}). \quad (1.11)$$

Якщо шукати розв'язок у вигляді $\varphi(x, y, z) = \varphi_x(x)\varphi_y(y)\varphi_z(z)$, то можна буде відокремити просторові змінні та для кожної координати мати справу окремо, розглядаючи зарядовий транспорт уздовж різних координат незалежно.

У загальному випадку амплітуда ймовірності залежить від часу, і для вільної частинки ми маємо такий вираз:

$$\psi = \frac{m}{\hbar\sqrt{k}} \exp(i \int_A^B [\mathbf{k}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} - \omega(\mathbf{k}) dt]), \quad (1.12)$$

де хвильовий вектор $\mathbf{k}$ і частота ω пов'язані з енергією E співвідношенням:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \hbar\omega. \quad (1.13)$$

На відміну від класичного опису, в якому частинки розглядаються як матеріальні точки, які мають певну координату, а їхній рух повністю описується відповідними траєкторіями і швидкостями, хвиля де Бройля, як вже зазначалося вище, не є локалізованою в одній точці, а займає всю просторову область, доступну даній частинці. У такому випадку поняття траєкторії втрачає будь який сенс, а рух частинки описується в термінах потоків енергії та імпульсу. Оскільки ймовірність знайти абсолютно вільну частинку є однаковою в будь якій точці простору, відповідні амплітуди ймовірності не можуть бути нормованими.

Отож зрозуміло, що локалізована дебройлівська хвиля має бути представлена хвильовим пакетом, тобто лінійною комбінацією плоских хвиль у вигляді:

$$\psi = \frac{m}{\hbar\sqrt{k}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\mathbf{k}) \exp(i \int_A^B [\mathbf{k}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} - \omega(\mathbf{k}) dt]) d\mathbf{k}. \quad (1.14)$$

Інтегрування за значеннями хвильового числа k є результатом квантового *принципу невизначеності*, оскільки саме розкид по k має своїм результатом кінцевий розкид хвильової функції в реальному просторі. Щоб спростити формули, ми обмежимо наступний аналіз одним виміром, але його можна досить легко узагальнити для трьох вимірів. Нагадаємо, що частота ω є функцією хвильового

числа k . Якщо хвильовий вектор у відповідному інтегралі є обмеженим із середнім значенням k_0 , тоді $k = k_0 + \Delta k$, і ми можемо записати, що:

$$\omega = \omega_0 + \Delta k \frac{\partial \omega}{\partial k}. \quad (1.15)$$

Тоді:

$$\psi = \frac{m}{\hbar \sqrt{k}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(k_0 + \Delta k) \exp \left(i \int_A^B (k_0 + \Delta k) dx - (\omega_0 + \frac{\partial \omega}{\partial k} \Delta k) dt \right) d(\Delta k). \quad (1.16)$$

Уведемо нову функцію $h(\Delta k) = g(k_0 + \Delta k)$, яка приймає помітні значення лише для малих значень Δk , і перейдемо до іншої змінної інтегрування. Тоді отримаємо вираз:

$$\psi = \frac{m}{\hbar \sqrt{k}} \exp \left(i \int_A^B [k_0 dx - \omega_0 dt] \right) \int_{-\infty}^{+\infty} h(\Delta k) \exp \left(i \Delta k \int_A^B \left[dx - \frac{\partial \omega}{\partial k} dt \right] \right) d(\Delta k). \quad (1.17)$$

Множник $f = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\Delta k) \exp \left(i \Delta k \int_A^B \left[dx - \frac{\partial \omega}{\partial k} dt \right] \right) d(\Delta k)$ є оберненим перетворенням Фур'є для h зі змінною Δk , тому він обмежений інтервалом порядку $\chi_{\max} = 1/\Delta k_{\max}$, де функція h набуває помітних значень. Із рівняння (1.17) ми бачимо, що фазова швидкість дебройлівської хвилі дорівнює ω_0/k_0 , тоді як огинаюча хвильового пакета відповідає руху зі швидкістю:

$$v = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}, \quad (1.18)$$

яка має назву *групової швидкості*. Це середня швидкість, яка визначає рух квантового стану хвильового пакета (1.16), розглянутого вище.

1.5 Енергетична зона структура твердих тіл

Кристалічні тверді тіла утворюють тривимірну періодичну ґратку і, у такий спосіб, реалізують тривимірний потенціал з періодом $\mathbf{a}$. Як ми пояснимо далі, саме періодичність ґратки уможливорює існування дозволених і заборонених енергетичних зон. Електрони, які належать до перших, можуть рухатися вільно і переносити заряд і енергію. Щоб зробити всю картину більш зрозумілою, надалі ми обмежимося одновимірним наближенням.

Якщо згадати, що квадрат хвильової функції електронів $\psi(x)$, які і є основним засобом транспортування заряду в провідниках, є густиною ймовірності знаходження електрона на осі абсцис x , то треба припустити, що для станів вільних електронів (якщо такі є) густина ймовірності має відповідати періоду ґратки a . Отже, вона має задовольняти рівняння:

$$|\psi(x+a)|^2 = |\psi(x)|^2, \quad (1.19)$$

звідки випливає, що $\psi(x)$ і $\psi(x+a)$ відрізняються лише фазовим множником, а саме:

$$\psi(x+a) = \exp(i\phi)\psi(x) \quad (1.20)$$

де ϕ – дійсне число. Якщо ми тепер визначимо дійсне число k як $k = \phi/a$, то легко отримаємо, що:

$$\psi(x+na) = \exp(inka)\psi(x). \quad (1.21)$$

Уводимо далі функцію:

$$u_k(x) = \exp(-ikx)\psi(x), \quad (1.22)$$

тоді за допомогою рівнянь (1.21) і (1.22) маємо:

$$u_k(x+na) = u_k(x). \quad (1.23)$$

Отже, u_k має ґраткову періодичність. Насправді цей результат, відомий як теорема Блоха, можна узагальнити на три просторові виміри: *хвильові функції стаціонарних електронів у періодичному кристалі є блохівськими хвилями виду $\psi(\mathbf{r}) = u_k(\mathbf{r})\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$ з $u_k(\mathbf{r}) = u_k(\mathbf{r} + \mathbf{n}\mathbf{a})$ і дійсним хвильовим вектором $\mathbf{k}$.*

Еквівалентним формулюванням є твердження, що тривимірна блохівська хвиля відповідає такому рівнянню:

$$\psi_k(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = \exp(i\mathbf{k}\mathbf{R})\psi_k(\mathbf{r}), \quad (1.24)$$

де $\mathbf{R}$ – будь який ґратковий вектор. Зауважте, що наведене вище рівняння (1.24) є ні чим іншим, як тривимірним варіантом формули (1.21) для одновимірного простору.

Якби ґратка була абсолютно періодичною, електрони дійсно могли б поширюватися вільно. Їхня хвильова функція – це плоска хвиля, модульована функцією

Блоха. Усі значення k допускаються, якщо середовище нескінченне, і підлягають визначеним граничним умовам, якщо зразок має кінцевий розмір. Проте насправді в твердому тілі дозволено не всі значення енергії, а вільні електронні стани обмежені дозволеними енергетичними зонами, розділеними забороненими зонами.

Це твердження є загальним принципом: для будь-якої тривимірної періодичної ґратки періодичний потенціал приводить до утворення зонної структури, яка визначає безперервні та дозволені інтервали енергії з розширеними станами, що описуються хвилями Блоха. Така зонна структура із забороненими енергетичними щілинами повністю визначається співвідношенням, яке існує між енергією E та хвильовим вектором k . На практиці, як тільки ми дізнаємося деталі просторової структури періодичної ґратки, то можемо в принципі розрахувати зонну структуру такого матеріалу, тобто залежність енергії E від хвильового вектора $\mathbf{k}$ для різних напрямків. Зазначимо, що значення енергії залежать не тільки від величини хвильового вектора, а й від його орієнтації. Щоб продемонструвати, наскільки складні реальні зонні структури, наводимо нижче розраховану авторами зонну структуру додекабориду цирконію ZrB_{12} з порівняно простою кристалічною структурою. З рис. 1.2 видно, що рівень Фермі, який визначає максимальну енергію електронів за температури $T \rightarrow 0$ і який прийнято за нуль, знаходиться в зоні провідності, а енергетичні зони поблизу нього подібні до таких в моделі вільних електронів.

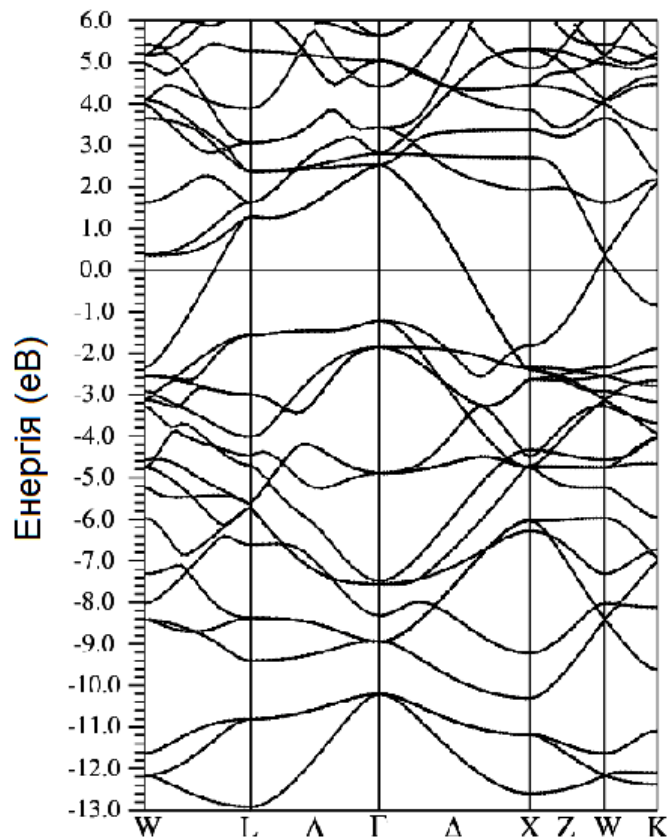


Рис. 1.2 – Зонна структура додекабориду цирконію ZrB_{12}

Досить цікавою особливістю твердих тіл є те, що поблизу локального екстремума на кривих $E(\mathbf{k})$ перша похідна дорівнює нулю, і тоді ми можемо записати $E(\mathbf{k})$ у вигляді:

$$E(k) = E_c + \frac{(k - k_0)^2}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} = E_c + \frac{\hbar^2 (k - k_0)^2}{2m_{\text{eff}}}, \quad (1.25)$$

де k_0 – положення екстремуму у k -просторі; для простоти ми вважаємо, що екстремум ізотропний. Рівняння (1.25) визначає ефективну масу m_{eff} , і тоді дуже корисно взяти за початок енергії нижню (або верхню частину) зони E_c . З рівняння (1.25) бачимо, що близько до цього порогу ми отримуємо кінетичну енергію електрона точно в такому ж вигляді, як і для вільних електронів у вакуумі, але зі зміною маси m на ефективну m_{eff} . Крім того, припустимо, що наш електрон має певний імпульс. Можна легко продемонструвати, що його швидкість буде задана, як і у випадку вакууму, звичайним виразом для групової швидкості (1.18).

Це досить дивовижні результати, оскільки виявилось, що ми дійсно можемо позбутися функцій Блоха, які дуже важко обчислити на основі інформації про ґратку. Однак виявляється також, що нам потрібно зробити, якщо ми хочемо вивчити динаміку електронів у зоні та їхню реакцію на зовнішнє поле, це вважати, що вони поведуться так само, як електрони у вакуумі, але з іншою масою. Оскільки співвідношення $E(k)$ залежить від орієнтації, ця маса також може залежати від кута (це має місце, зокрема, для кремнію):

$$m_{\text{eff},x} = \hbar^2 / \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2} \right). \quad (1.26)$$

Отже, ми можемо вважати, що наявність періодичної ґратки повністю враховується шляхом перенормування маси, що дає змогу відмовитися від множника, який відповідає за функції Блоха хвильової функції електрона. Втім, варто пам'ятати, що з ростом кінетичної енергії електрона вона може досягти області, віддаленої від нижньої частини зони. Проте навіть у такому випадку ми можемо використовувати рівняння, яке зберігає лише огинаючу хвильової функції, хоча це може стати трохи складнішим, ніж використання ефективної маси.

Елементарна комірка зворотної ґратки визначається як інтервал $[-\pi/a, \pi/a]$, який містить усі значення $\mathbf{k}$, необхідні для розрахунку зонної структури електронного спектра та власних функцій. Цей інтервал має назву першої зони Бріллюена, і будь-яке значення $\mathbf{k}$ можна привести до значення хвильового вектора, який

міститься всередині неї, зсувом на певний вектор оберненої ґратки. Відтак розглядається тільки перша зона Бріллюена. Ми можемо перерахувати усі дозволені стани, що описуються хвильовим вектором першої зони Бріллюена, просто підрахувавши кількість дозволених хвильових векторів у цій зоні.

1.6 Транспортні явища у твердих тілах

Поведінка рухливих носіїв заряду (електронів і дірок) у твердотільних структурах визначається насамперед співвідношенням між середньою довжиною вільного пробігу електронів l і характерних розмірів d системи. У макроскопічних системах зазвичай $d \gg l$, і тому рух електрона по провіднику має *дифузійний* характер, а відповідна траєкторія може бути представлена ламаною лінією (рис. 1.3а). У нанорозмірних зразках, які будуть розглядатися далі, умови для транспортування носіїв заряду суттєво відрізняються від таких у макросистемах. У структурах з розміром $d < l$ транспорт носіїв заряду відбувається без розсіювання або *балістичним* способом (рис. 1.3б). Отже, порівнюючи розмір твердотільної структури з середньою довжиною вільного пробігу електронів у ній, можна передбачити основні особливості руху носіїв заряду в таких об'єктах.

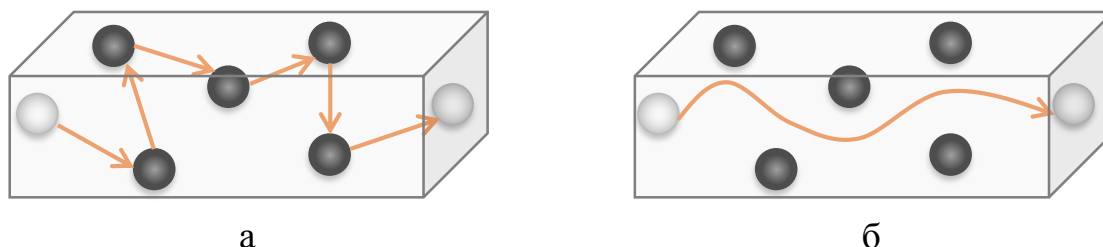


Рис. 1.3 – Дифузійний (а) і балістичний (б) режими транспорту носіїв заряду крізь кристалічну структуру

Зауважимо, що в металах середня довжина вільного пробігу електронів навіть за низьких температур зазвичай не перевищує кількох десятків нанометрів, що відповідає розмірам типових твердотільних металевих структур, які будуть розглядатися нижче. У напівпровідниках умови спостереження балістичного транспорту набагато кращі, оскільки величина l в них може досягати мікрметра навіть за кімнатних температур.

Перший (фактично класичний) опис руху електронів у металах було запропоновано німецьким фізиком Паулем Друде в 1900 р., за три роки після відкриття електрона. В рамках цього підходу, який відрізняється своєю наочністю та простотою, носії заряду у провідниках розглядаються як електронний газ, до якого

можна застосовувати стандартну кінетичну теорію газів. Згідно з останньою атоми (молекули) газу є однаковими твердими сферами, які рухаються прямими лініями доти, доки не зіткнуться одна з одною або з якоюсь перешкодою. Тривалість такого зіткнення вважається дуже малою, а взаємодія між атомами (молекулами) газу виникає лише у момент зіткнення, тобто, це миттєві події, які раптово змінюють швидкість рухливих зарядів. Оскільки електрон заряджений негативно, то для виконання умови електронейтральності твердого тіла має існувати компенсуючий позитивний заряд, який Друде вважав нерухомим. Сьогодні ми знаємо, що електронний газ, який забезпечує електричну провідність, – це слабко пов'язані з ядрами зовнішні валентні електрони, які у провідних матеріалах вільно переміщуються через зразок, тоді як іони разом із електронами внутрішніх оболонок виконують роль нерухомих позитивних зарядів теорії Друде. Хоча надалі стало зрозумілим, що густина газу електронів провідності на порядки величини перевищує густину класичних газів, при цьому в них істотну роль відіграють електрон-електронні та електрон-іонні взаємодії. Проте модель Друде досі активно використовується під час вивчення особливостей поведінки електронного газу в металах.

У теорії Друде передбачається, що за одиницю часу електрон зазнає зіткнення з ймовірністю $1/\tau$, де τ – час релаксації, і це зіткнення триває нескінченно малий проміжок часу, що дорівнює dt . Тоді ймовірність зіткнення становить dt/τ . Зазвичай вважають, що час релаксації не залежить ні від положення електрона, ні від його вихідної швидкості. Ба більше, напрямок швидкості електрона після зіткнення є випадковим і не пов'язаним із його швидкістю до цієї події, а величина швидкості визначається температурою в області зіткнення. В результаті для питомої електричної провідності електронного газу σ отримуємо відому формулу Друде, яка зв'язує σ з електронною концентрацією n , елементарним зарядом e , часом релаксації τ та масою електрона m :

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} \quad (1.27)$$

Звичайно, цей підхід є феноменологічним і зокрема час релаксації потрібно визначати з більш детальної теорії або порівнянням із експериментальними даними. Фактично використання кінетичної теорії газів, заснованої на класичних уявленнях, означає, що ця теорія може бути адекватною тільки в квазікласичному наближенні квантової теорії і не здатна адекватно описувати суто квантові ефекти інтерференції та заплутаності (ефект Ааронова–Бома, андерсонівська локалізація тощо). Природно, що за межами застосування теорії Друде залишаються макроскопічні прояви квантових ефектів, наприклад, явище надпровідності, за якого опір досить великих зразків стає в точності нульовим, а не просто дуже маленьким.

Ці завдання успішно вирішує квантова теорія зарядового транспорту у складних системах, основні принципи якої викладено в наступному розділі.

За останні 40 років було отримано багато нових важливих результатів щодо зарядового транспорту через провідні зразки, властивості яких посідають проміжне місце між макроскопічними (закон Ома, правила Кірхгофа тощо) та мікроскопічними (ідеальний балістичний транспорт тощо) характеристиками. Такі зразки часто називають *мезоскопічними*, підкреслюючи цим їхній проміжний характер. Розміри мезоскопічних об'єктів набагато перевершують атомні, але вони значно менші за характерні масштаби довжини, на яких втрачається інформація про квантові кореляції, наприклад, в результаті непружних розсіювань електронів на інших збудженнях в системі або на її неоднорідностях.

Зарядовий транспорт у провідниках із розмірами, співставними з довжиною непружного розсіювання або з довжиною фермієвської хвилі (див. нижче) має низку особливостей. Зокрема, їхні властивості найчастіше є нелокальними, тому основним завданням теорії стає не розрахунок локальних значень електричної провідності, а розрахунок ймовірності переходу зарядів із однієї точки зразка в іншу та обчислення середнього значення величини – «*прозорості*» зразка, яка визначає середній струм через систему.

Існує декілька підходів до вирішення цієї квантово-механічної задачі, з яких найбільш наочним є метод теорії розсіювання, у якій перехід заряду з вихідного стану в кінцевий через специфічну область, яка розсіює, описується матрицею розсіювання. У такому випадку результати для зразків досить простої геометрії можуть бути отримані аналітично і досить наочно. Крім того, для невпорядкованих провідників розрахунки ймовірності проходження через них зарядів можна знайти за допомогою сучасних математичних методів для випадкових матриць. У деяких випадках вдається отримати загальні співвідношення навіть без конкретизації елементів матриці розсіювання.

Цей посібник є свого роду введенням у фізику квантового транспорту, і тому низка важливих її аспектів, які потребують використання складних математичних понять, не обговорюються. Ми обмежуємося далі тими ефектами, які можуть бути зрозумілими в рамках наближення незалежних (тих, що не взаємодіють) електронів та *принципу заборони Паулі* – надважливого квантово-механічного принципу, згідно з яким у багаточастинковій системі невзаємодіючих ферміонів ніякі дві частинки не можуть описуватися хвильовими функціями з однаковим набором усіх квантових чисел. Як не дивно, але фізику зарядового транспорту крізь велику кількість гібридних наноструктур можна зрозуміти, обмежуючись тільки цими двома положеннями. Саме такий підхід і використовується далі у цьому навчальному посібнику.

РОЗДІЛ 2. КВАНТОВО-КОГЕРЕНТНИЙ ЕЛЕКТРОННИЙ ТРАНСПОРТ У ГІБРИДНИХ ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ

2.1 Елементи теорії розсіювання

Рис. 2.1 ілюструє основну ідею теорії розсіювання складних систем. Припустимо, що гетероструктури складаються із двох резервуарів (лівого L і правого R) з хімічними потенціалами μ_L і μ_R , між якими перебуває область, яка розсіює електронні збудження. У найпростішому випадку остання є нанорозмірним шаром ізолятора, однак (у принципі) може містити також додаткові металеві та непровідні шари. Всередині резервуарів електронні стани мають безліч непружних зіткнень, внаслідок чого «втрачають пам'ять» щодо своїх квантово-механічних фаз. З боку резервуарів на область, яка розсіює, падають дві електронні хвилі: $\hat{a}_L$ – ліворуч і $\hat{a}_R$ – праворуч. У результаті взаємодії з нею утворюються дві хвилі в протилежних напрямках: $\hat{b}_L$ до лівого резервуара та $\hat{b}_R$ – до правого.

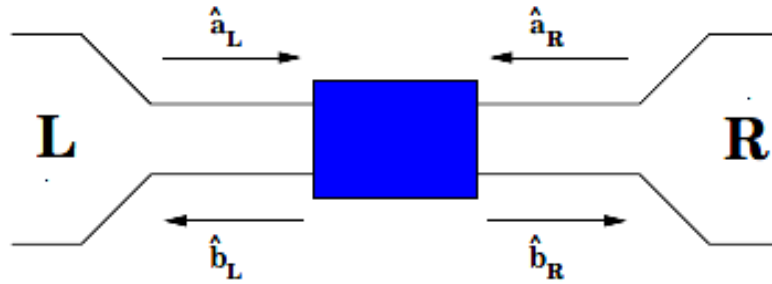


Рис. 2.1 – Схематичне зображення області твердотільної гетероструктури, яка розсіює електронні хвилі

Електронні хвилі зв'язані матрицею розсіювання $\mathbf{S} = \begin{pmatrix} r & t \\ t' & r' \end{pmatrix}$ у такий спосіб,

що $\begin{pmatrix} \hat{b}_L \\ \hat{b}_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_L \\ \hat{a}_R \end{pmatrix}$. Матриця $\mathbf{S}$ має бути унітарною, тобто ермітово-

спряжена $\mathbf{S}^+$ дорівнює зворотній $\mathbf{S}^{-1}$. У цьому випадку абсолютна величина детермінанта матриці дорівнює одиниці та $rr' - tt' = \exp(i\gamma)$. Відтак, ми отримуємо:

$$e^{-i\gamma} \begin{pmatrix} r' & -t' \\ -t & r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r^* & t^* \\ t'^* & r'^* \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

Припустимо, що елементи матриці $\mathbf{S}$ – дійсні числа. Тоді має виконуватися умова $t^2 + r^2 = 1$, звідки виходить, що $t = t'$, $r = -r'$ і $\gamma = \pi$. Як буде видно нижче, саме такий результат, зокрема, має місце під час електронного розсіювання на границі розділу двох металевих шарів. Інший варіант – це $t = -t'^*$ й $r = r'^*$, що справедливо для діелектричного бар'єра.

Якщо область, яка розсіює, є певною послідовністю різних шарів, то відповідні елементи повної матриці розсіювання можуть бути розраховані наочно за допомогою підсумовування амплітуд ймовірностей розсіювання альтернативних подій. Нескінченні суми, які під час цього виникають, досить легко обчислюються, оскільки зазвичай є нескінченною геометричною прогресією. Основною же ідеєю, яка радикально спрощує розрахунки, є послідовне знаходження амплітуд ймовірностей відповідно до ускладнення розглянутої структури, причому базовою структурною одиницею є двобар'єрна система. Для простих квантово-когерентних систем такий підхід приводить до таких самих результатів, що й традиційна зшивка хвильових функцій на границях розділення середовищ. Однак цей метод набагато більш ефективний у разі, коли таких границь три або більше, тому що дає змогу уникнути громіздких (а іноді й практично нездійсненних) обчислень. Крім того, він дає змогу отримати принципово нові результати стосовно процесів декогеренції.

У рамках підходу, запропонованого Ландауером і Буттікером, транспортні властивості квантово-когерентного мезоскопічного провідника повністю визначаються набором коефіцієнтів проходження s_i , власних значень матриці розсіювання $\mathbf{S}$. Індекс i нумерує різні канали провідності. Зокрема, у тривимірній планарній гетероструктурі він відповідає різним кутам падіння θ , які електронні імпульси утворюють із нормаллю до границь розділення шарів (вісь x). Густина квазічастинкового струму I є різницею двох потоків квазічастинкових збуджень, які рухаються в даній системі з лівого боку до правого і, відповідно, з правого боку до лівого:

$$I(V) = \frac{e}{h} \sum_{i,\sigma} \int_0^\infty dE \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} D_{i,\sigma}(E, V) [f_L(E) - f_R(E)], \quad (2.2)$$

де V – різниця електричних потенціалів, прикладених до двох резервуарів, $eV = \mu_L - \mu_R$, $D_{i,\sigma}(E, V)$ – ймовірності проходження електрона зі спіном σ крізь дану структуру, які є власними значеннями матриці переходу, добутку матриці розсіювання на ермітово-спряжену матрицю $\mathbf{S}\mathbf{S}^\dagger$, $f(E) = [1 + \exp((E - \mu)/k_B T)]^{-1}$ – фермієвська функція розподілу, яка залежить від температури навколишнього середовища T та інших макроскопічних параметрів (зокрема, значення хімічного

потенціалу μ). Для дуже низьких температур із формули (2.2) маємо таку залежність струму від поданої електричної напруги:

$$I(V) = \frac{e}{h} \sum_{i,\sigma} \int_0^{eV} dE \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} D_{i,\sigma}(E, V). \quad (2.3)$$

Визначимо далі диференціальну провідність гетероструктури, до якої прикладено напругу V , як $G(V) = dI(V)/dV$ та отримаємо таке узагальнення формули Ландауера:

$$G(V) = \frac{e^2}{h} \sum_{i,\sigma} \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} D_{i,\sigma}(E = eV). \quad (2.4)$$

Найчастіше це співвідношення приводять у тому вигляді, яким воно було запропоновано Ландауером, а саме для одновимірної задачі, коли є виродження за спіном, і для дуже малих V :

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_i D_i. \quad (2.5)$$

Окрім залежності провідності від напруги $G(V)$, додаткову інформацію щодо характеру руху електричних зарядів через мезоскопічну гетероструктуру можна отримати з вимірів дробового шуму – флуктуацій напруги та струму, обумовлених дискретністю носіїв електричного заряду. Будемо далі розглядати той випадок, коли до досліджуваної структури підведено тільки два контакти (двотермінальні виміри) та обмежимося низькочастотною границею під час обчислення спектральної густини шуму $S(\omega)$ – фур'є-образу кореляційної функції $S(t-t') = \langle \Delta I(t) \Delta I(t') \rangle$, де $\Delta I(t) = I(t) - \langle I(t) \rangle$ – флуктуації струму в часі. У загальному випадку за $\omega \rightarrow 0$ спектральна густина дробового шуму є сумою двох доданків: рівноважного $S_{\text{eq}}(V)$ та нерівноважного $S_{\text{non-eq}}(V)$. Перший з них – це внесок рівноважних флуктуацій, які виникають внаслідок теплового руху носіїв струму в системі, через що на її кінцях з'являється флуктуюча різниця потенціалів (так званий шум Джонсона–Найквіста). Для планарних структур ми одержимо таке рівняння:

$$S_{\text{eq}}(V) = \frac{2e^2}{h} \sum_{i,\sigma} \int_0^{\infty} dE \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} D_{i,\sigma}(E, V) [f_L(E)(1 - f_L(E)) + f_R(E)(1 - f_R(E))] \quad (2.6)$$

Другий доданок – нерівноважний внесок, який квадратично залежить від різниці функцій розподілу у двох резервуарах:

$$S_{\text{non-eq}}(V) = \frac{2e^2}{h} \sum_{i,\sigma} \int_0^\infty dE \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} D_{i,\sigma}(E,V) [1 - D_{i,\sigma}(E,V)] (f_L(E) - f_R(E))^2. \quad (2.7)$$

Саме він і буде цікавити нас надалі, і під $S(V)$ ми будемо розуміти цю частину спектральної густини дробового шуму. Для дуже низьких температур маємо:

$$S(V) = \frac{2e^2}{h} \sum_{i,\sigma} \int_0^{eV} dE \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} D_{i,\sigma}(E,V) [1 - D_{i,\sigma}(E,V)]. \quad (2.8)$$

Для малої напруги і в одновимірному випадку, а також тоді, коли має місце виродження за спіном, тобто в тому ж наближенні, у якому була отримана формула (2.5), знаходимо, що:

$$S(V) = \frac{4e^3 |V|}{h} \sum_i D_i (1 - D_i). \quad (2.9)$$

Якщо прозорості різних каналів провідності $D_i \ll 1$, тоді за допомогою рівняння (2.5) отримаємо відомий із літератури пуассонівський результат:

$$S_p(V) = \frac{4e^3 |V|}{h} \sum_i D_i = 2eG |V| = 2e |I|. \quad (2.10)$$

Як буде видно нижче, в планарних гетероструктурах із невзаємодіючими квазічастинковими збудженнями дробовий шум часто виявляється меншим за пуассонівську межу. Для того, щоб охарактеризувати цей ефект, вводять фактор Фано, який є відношенням дробового шуму $S(V)$ (2.8) до пуассонівського $S_p(V)$ (2.10):

$$F(V) = \frac{S(V)}{S_p(V)}. \quad (2.11)$$

Для одновимірного випадку, дуже малих напруг V і під час виродження за спіном знаходимо, що:

$$F = \frac{\sum_i D_i (1 - D_i)}{\sum_i D_i}. \quad (2.12)$$

Ми бачимо, що фактор Фано змінюється від нуля, коли $D_i \equiv 1$, тобто всі канали повністю відкриті, до одиниці, коли всі $D_i \ll 1$. Отже, виміри цього параметра дають змогу зробити висновок про характер електронного транспорту через досліджувану мезоскопічну систему.

Якщо температура вимірів істотна, тоді згідно з (2.6) і (2.7) сумарні внески рівноважних і нерівноважних флуктуацій у дробовий шум у системі $S(V)$ і відповідний фактор Фано $F(V)$ дорівнюють:

$$S(V) = \frac{4e^2}{h} \left[2k_B T \sum_i D_i^2 + e|V| \coth\left(\frac{e|V|}{2k_B T}\right) \sum_i D_i(1 - D_i) \right], \quad (2.13)$$

$$F(V) = \frac{\sum_i D_i^2 + \left(\frac{e|V|}{2k_B T}\right) \coth\left(\frac{e|V|}{2k_B T}\right) \sum_i D_i(1 - D_i)}{\left(\frac{e|V|}{2k_B T}\right) \coth\left(\frac{e|V|}{2k_B T}\right) \sum_i D_i}. \quad (2.14)$$

Далі ми проаналізуємо транспорт струму крізь окремі елементи планарної твердотільної гетероструктури, що може містити в собі як шари досить великої товщини, які можна вважати макроскопічними, так і мезоскопічні об'єкти, квантово-механічні властивості яких в остаточному підсумку визначають квазічастинковий транспорт через всю систему, яка розглядається. Ці результати можуть бути узагальнені на випадок структур більш складної геометрії.

2.2 Амплітуди імовірності розсіювання для окремих частин складної гетероструктури

Нанорозмірні діелектричні шари (I). У разі, коли хімічний потенціал гетероструктури потрапляє в область заборонених у діелектрику енергій, тоді хвильова функція електрона загасає всередині нього. Розглянемо спочатку найпростіше наближення прямокутного потенційного бар'єра висотою U_0 в одновимірній системі, утвореній двома однаковими металевими плівками з фермієвськими хвильовими векторами k_F та ізолюючим шаром товщиною d між ними. Його прозорість відповідно до стандартної квантово-механічної теорії дорівнює:

$$D = \left[1 + \left(k_F^2 + \kappa^2 \right)^2 \text{sh}^2 \kappa d / (4k_F^2 \kappa^2) \right]^{-1}, \quad (2.15)$$

де $\kappa = \sqrt{2m(U_0 - \varepsilon)} / \hbar$ визначає характерну глибину загасання хвильової функції електрона κ^{-1} , яке зазвичай відбувається на відстанях порядку періоду кристалічної ґратки a ; енергія ε , як і U_0 , відлічуються від рівня Фермі E_F . Отже, для реалізації електронного тунелювання потрібні діелектричні шари товщиною d не більше декількох нанометрів. І в такому разі $\kappa d \gg 1$ та:

$$D = \frac{1}{1 + (k_F^2 + \kappa^2)^2 \exp(2\kappa d) / (16k_F^2 \kappa^2)} \approx \frac{16k_F^2 \kappa^2}{(k_F^2 + \kappa^2)^2} \exp(-2\kappa d). \quad (2.16)$$

У протилежній границі $\kappa d \ll 1$ маємо:

$$D = \left[1 + (k_F^2 + \kappa^2)^2 d^2 / (4k_F^2) \right]^{-1}. \quad (2.17)$$

Якщо, до того ж, товщина d менша за фермієвську довжину хвилі електрона, тоді параметр κ великий, порівняно з k_F , і $D = \left[1 + \kappa^4 d^2 / (4k_F^2) \right]^{-1}$. У випадку, коли область енергій ε мала, порівняно з U_0 , маємо $D = \left[1 + (mU_0 d / (\hbar^2 k_F))^2 \right]^{-1}$.

У тривимірному випадку для надтонких діелектричних шарів зручно ввести безрозмірний параметр:

$$Z = U_0 d / (\hbar v_F) = \int_0^d U(x) dx / (\hbar v_F), \quad (2.18)$$

де $v_F = \hbar k_F / m$. Зшиваючи хвильові функції на границі нормального металу та діелектрика, знаходимо амплітуди ймовірностей відбиття від нього електронів (e), дірок (h) і амплітуди ймовірностей проходження квазічастинок крізь нього:

$$\begin{aligned} r^e(\mathbf{k}) &= (r^h(\mathbf{k}))^* = -Z / (Z - i \cos \theta), \\ t^e(\mathbf{k}) &= (t^h(\mathbf{k}))^* = -i \cos \theta / (Z - i \cos \theta). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Ми бачимо, що в тривимірному випадку прозорість бар'єра для електронів, що падають на нього під кутом θ , дорівнює $D(\mathbf{k}) = |t^e(\mathbf{k})|^2 = \cos^2 \theta / (Z^2 + \cos^2 \theta)$.

Зауважимо, що співвідношення (2.19) справедливі не тільки для шару ізолятора, але й для будь-якого інтерфейсу між двома провідниками, який можна описати потенціалом розсіювання $U(x)$. У випадку балістичного транспорту провідність гетероструктури метал – ізолятор – метал згідно з формулою (2.5) дорівнює

добутку кванта провідності $G_0 = 2e^2/h$ на число провідних каналів N , що для тривимірних металевих гетероструктур може бути оцінене як $N \sim k_F^2 S$, де S – площа поперечного перерізу провідника. У наближенні сильного розсіювання, коли $G \ll NG_0$, немає принципової різниці між таким інтерфейсом і тонким діелектричним прошарком. Однак, якщо інтерфейс складається з великої кількості центрів розсіювання, на кожному з яких електрон розсіюється пружним образом, і ці центри розташовані хаотично, такий перехідний шар уже не може бути описаний єдиним параметром Z . Оскільки розсіювання на кожному центрі відбувається випадково, то кожен канал проходження заряду крізь бар'єр буде визначатися своїм шляхом $\tilde{d}$ у середині класично забороненої області та своїм кутом θ . У такому разі його можна розглядати як окремих одновимірний канал із фіксованим параметром $\tilde{Z}$ і локальною прозорістю $D(\tilde{Z})$:

$$D(\tilde{Z}) = 1/(1 + \tilde{Z}^2). \quad (2.20)$$

Припустимо, що розкид величин $\tilde{Z}$ настільки великий, що цей параметр рівномірно розподілено від нуля до нескінченності, тобто функція розподілу:

$$\rho(Z) = 2\hbar\bar{G}/e^2. \quad (2.21)$$

У співвідношенні (2.21) ми опустили тильду над Z , $\bar{G}$ – макроскопічна експериментально вимірювана провідність гетероструктури, яка дорівнює

$\bar{G} = 2e^2 \int_0^\infty \rho(Z) D(Z) dZ / h$. Перехід від розподілу $\rho(Z)$ до $\rho(D)$ дає вираз:

$$\rho(D) = \frac{\hbar\bar{G}}{e^2} \frac{1}{D^{3/2}(1-D)^{1/2}}, \quad (2.22)$$

відомий для «брудного» інтерфейсу дуже малої товщини L , такої що $\int_0^L \kappa(\varepsilon, x) dx \ll 1$, де $\kappa(\varepsilon, x) = \sqrt{2m^*(U(x) - E)} / \hbar$.

Нормальні металеві шари (N). У випадку фазово-когерентного транспорту через досить чисті металеві шари траєкторії електронів будуть складатися з окремих прямолінійних сегментів, границі яких розташовано на відповідних інтерфейсах, де в результаті розсіювання змінюється нормальний компонент хвильового вектора k_x , а паралельний $k_{||}$ залишається незмінним. Зміна фази хвильової функції електрона на кожному сегменті дорівнює інтегралу від лагранжіана уздовж відповідного шляху:

$$\Delta\varphi = \int_l \mathbf{k} d\mathbf{l} - Et_l, \quad (2.23)$$

де E – енергія електрона, а t_l – час руху уздовж шляху l . Для планарної системи принципово важливим є тільки внесок у зміну фази хвильової функції, обумовлений переміщенням частинки уздовж осі x . Відповідний компонент хвильового вектора електрона $k_x = \sqrt{2m(E_F + \varepsilon)/\hbar^2 - k_{\parallel}^2}$, де $\varepsilon = E - E_F$ (зазвичай $\varepsilon \ll E_F$), m – його ефективна маса. Під час прямолінійного руху електрона (або дірки) між двома точками a та b з відповідними координатами $x = 0$ та $x = d$ набіг фази уздовж осі x для $\varepsilon \ll E_F$ дорівнює:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_x^e &= k_x^e d = \left(1 + \frac{\varepsilon}{\hbar v_F k_F}\right) k_F d \cos \theta, \\ \Delta\varphi_x^h &= -k_x^h d = -\left(1 - \frac{\varepsilon}{\hbar v_F k_F}\right) k_F d \cos \theta, \end{aligned} \quad (2.24)$$

де k_F – фермієвський хвильовий вектор, θ – кут між напрямком руху електрона та віссю x ; враховано, що групова швидкість діркового порушення спрямована протилежно напрямку хвильового вектора, водночас для електрона вони збігаються. Надалі ми будемо використовувати хвильові функції електронів, нормовані на їхній одиничний потік:

$$\psi(x, \mathbf{p}) = \frac{m}{\hbar \sqrt{k_x}} \exp(ik_x x + i\mathbf{k}_{\perp} \mathbf{p}), \quad (2.25)$$

де $k_x = k \cos \theta$, $\mathbf{p}$ – двовимірний вектор у площині, перпендикулярній до вісі x . Якщо зразок поміщено в магнітне поле, то ефект останнього зводиться до додаткового набігу фази за руху уздовж відповідного шляху:

$$\Delta\varphi = \int [-q\mathbf{A}(\mathbf{r})/c] / \hbar d\mathbf{l}, \quad (2.26)$$

де $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ – векторний потенціал електромагнітного поля, q – заряд квазічастинки, знак якого, зокрема, змінюється після андреєвського відбиття від надпровідника у разі, коли останній входить до складу структури, що обговорюється.

Феромагнітні металеві шари (FM). Для опису зонних феромагнетиків ми використовуємо модель Стонера, у якій обмінна енергія знижує електронні зони, які відповідають спіну дотори, та підвищує енергію станів зі спіном донизу. Тоді

замість формули (2.25) для хвильової функції вільного електрона (дірки) феромагнітного металу маємо:

$$\psi^\sigma(x, \rho) = \frac{m}{\hbar \sqrt{k_x^\sigma}} \exp(ik_x^\sigma x + ik_\parallel^\sigma \rho). \quad (2.27)$$

У співвідношенні (2.27) $\sigma = \pm 1$ відповідає спіну догори та униз відповідно; $\mathbf{k}^\sigma = (k_x^\sigma, \mathbf{k}_\parallel^\sigma)$ – хвильовий вектор квазічастинки з енергією ε , що є розв’язком рівняння $k_x^\sigma = \sqrt{2m(E_F^\sigma \pm \varepsilon)/\hbar^2 - \mathbf{k}_\parallel^{\sigma 2}}$; знак $\pm$ відповідає електронному (e) і дірковому (h) порушенням; $E_F^\sigma = E_F + \sigma h$. У немагнітному шарі $h \equiv 0$, і тоді електронні характеристики для двох спінових підзон збігаються. Зауважимо також, що формула (2.27) припускає $k_x^\sigma \neq 0$, тому границя $k_x^\sigma \rightarrow 0$ не виконується в наведених далі співвідношеннях.

Границя розділення двох нормальних металевих шарів. На границі двох металевих шарів із різними фермієвськими хвильовими векторами $k_{1,2}$ виникає відбиття електронних хвиль. При цьому має виконуватися умова $k_1 \sin \theta_1 = k_2 \sin \theta_2$, звідки $\theta_2 = \arcsin(k_1 \sin \theta_1 / k_2)$. Якщо $k_1 > k_2$, то кут θ_1 може змінюватися від $\theta_1 = -\arcsin(k_2 / k_1)$ до $\theta_1 = \arcsin(k_2 / k_1)$, водночас $-\pi/2 \leq \theta_2 \leq \pi/2$. Якщо ж $k_2 > k_1$, то $-\pi/2 \leq \theta_1 \leq \pi/2$, однак $-\arcsin(k_1 / k_2) < \theta_2 < \arcsin(k_1 / k_2)$. Зшивка двох хвильових функцій на інтерфейсі дає такі амплітуди ймовірності відбиття від границі розділення та проходження крізь неї:

$$r_{21}^e(\mathbf{k}) = r_{21}^h(\mathbf{k}) = \frac{k_1 \cos \theta_1 - k_2 \cos \theta_2}{k_1 \cos \theta_1 + k_2 \cos \theta_2}, \quad r_{12}^e(\mathbf{k}) = r_{12}^h(\mathbf{k}) = \frac{k_2 \cos \theta_2 - k_1 \cos \theta_1}{k_1 \cos \theta_1 + k_2 \cos \theta_2}, \quad (2.28)$$

$$t_{12}^e(\mathbf{k}) = t_{12}^h(\mathbf{k}) = t_{21}^e(\mathbf{k}) = t_{21}^h(\mathbf{k}) = \frac{2\sqrt{k_1 k_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2}}{k_1 \cos \theta_1 + k_2 \cos \theta_2}. \quad (2.29)$$

Тут $r_{21}(\mathbf{k})$ описує відбиття квазічастинки від металевого шару із хвильовим вектором k_2 у шар з k_1 , а $r_{12}(\mathbf{k})$ – із шару з k_1 до сусіднього шару із хвильовим вектором k_2 .

Надпровідні шари (S). Хвильова функція надпровідника є двокомпонентною лінійною комбінацією квазіелектронного (e) стану $\Psi_e(\mathbf{x}, \rho) = \begin{pmatrix} u(\mathbf{k}) \exp(i\Phi(\mathbf{k})/2) \\ v(\mathbf{k}) \exp(-i\Phi(\mathbf{k})/2) \end{pmatrix} \exp(ik_x^e x + ik_\parallel \rho)$ і квазідіркового (h) стану $\Psi_h(\mathbf{x}, \rho) =$

$\left(\begin{matrix} v(\mathbf{k}) \exp(i\Phi(\mathbf{k})/2) \\ u(\mathbf{k}) \exp(-i\Phi(\mathbf{k})/2) \end{matrix} \right) \exp(ik_x^h x + i\mathbf{k}_{\parallel} \boldsymbol{\rho})$. У цих формулах ми врахували можливу анізотропію надпровідного стану. Крім того, введено такі позначення: $u(\mathbf{k}) = \sqrt{(1 + \varepsilon/\Omega(\mathbf{k}))/2}$; $v(\mathbf{k}) = \sqrt{(1 - \varepsilon/\Omega(\mathbf{k}))/2}$; $\Omega(\mathbf{k}) = \sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(\mathbf{k})}$; $k_x^{e,h} = (1 \pm \frac{\sqrt{\Omega^2 - \Delta^2(\mathbf{k})}}{\hbar v_F}) k_F$. При цьому формули (2.24) перетворюються у такий спосіб:

$$\Delta \varphi_x^{e,h(b)} = k_x^{e,h} d = (\pm 1 + \frac{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2(\mathbf{k})}}{\pi \xi_0(\mathbf{k}) \Delta_0 k_F}) k_F d \cos \theta, \quad (2.30)$$

де $\xi_0(\mathbf{k}) = \hbar v_F / \pi |\Delta(\mathbf{k})|$ – довжина когерентності в надпровідній плівці, $|\Delta(\mathbf{k})|$ і $\Phi(\mathbf{k})$ – залежні від напрямку абсолютна величина та фаза надпровідного параметра порядку в ній. Конкретна залежність від кутів цих двох величин визначається тією симетрією параметра порядку, що реалізується в даному надпровіднику. У традиційних матеріалах це s-хвильова симетрія, за якої фаза постійна $\Phi(\mathbf{k}) = \text{const}$, а залежність $|\Delta(\mathbf{k})|$ є слабкою, тому в більшості випадків достатньою апроксимацією є $|\Delta(\mathbf{k})| = \Delta_s$. У купратних сполуках із високою температурою надпровідного переходу реалізується d-хвильова симетрія надпровідного параметра порядку, коли має місце його істотна залежність від кута α між кристалографічною віссю x і нормаллю до діелектричного бар'єра $\Delta(\theta) = \Delta_d \cos(2(\theta - \alpha))$, де α – кут між нормаллю до поверхонь розділення та напрямком, уздовж якого параметр порядку максимальний (у купратах це напрямки (100) і (010) в ab -площині Оксиген–Купрум).

Границі розділення нормального (N) металу з діелектриком і надпровідником (S). На границі нормального металу та діелектрика має місце добре відоме відбиття квазічастинки до стану з протилежним електронним (дірковим) імпульсом (рис. 2.2а). Процес розсіювання квазічастинкових збуджень на границі з надпровідниковою плівкою стає набагато складнішим. Контакт нормального та надпровідного шарів є гетероструктурою, в якій фізичні властивості одного матеріалу індукуються в іншому через інтерфейс, який їх поділяє. У цьому випадку ефект близькості призводить до того, що куперовські пари з надпровідника проникають у нормальний метал, а нормальні електрони з N-плівки послаблюють надпровідність S-шару. В результаті цього в локальній густині станів N-плівки з'являється енергетична щілина, величина якої менша за відповідне значення в надпровіднику $|\Delta(\mathbf{k})|$, але відмінна від нуля.

Під час дослідження зарядового транспорту в шаруватих системах із досить високою прозорістю N/S інтерфейсу принципову роль відіграє специфічне відбиття на N/S границі електронного збудження в діркове (і навпаки), яке зазвичай називають андреєвським. Якщо, наприклад, потік електронів іде з нормального в надпровідний електрод, то електрон з N-шару з хвильовим вектором $\mathbf{k}^e = (k_x^e, k_{\parallel})$, енергією ε і спіном s разом з електроном з $\mathbf{k}^{e'} = (-k_x^h, -k_{\parallel})$, енергією $-\varepsilon$ і протилежним спіном $-s$ конденсуються в надпровіднику, який контактує з N-шаром в куперівські пари, залишаючи в останньому діркове збудження з $\mathbf{k}^h = (k_x^h, k_{\parallel})$ з енергією ε і спіном s . Отже, формально відбувається розсіювання електронного в дірковий стан з тією ж енергією, тим самим спіном і з хвильовим вектором, який трохи відрізняється за величиною (рис. 2.2б).

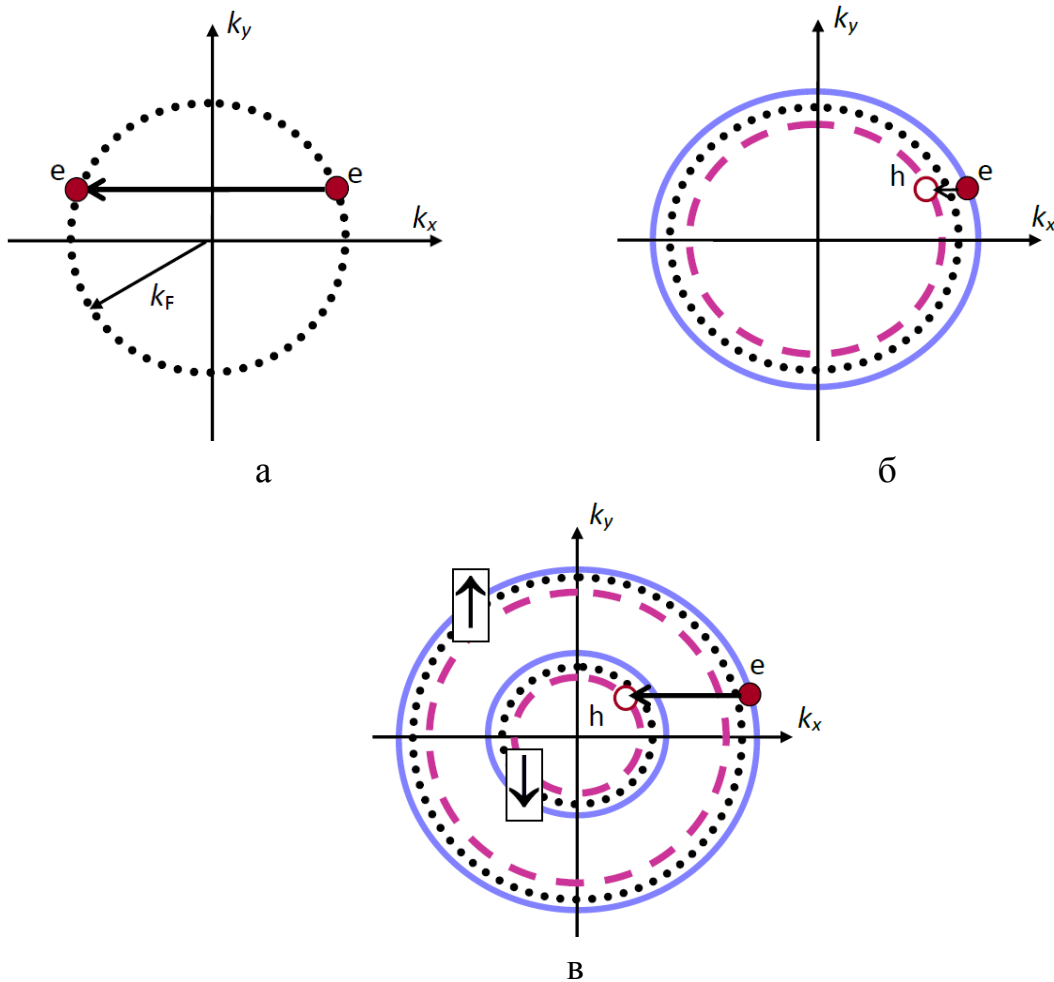


Рис. 2.2 – Схематичні зображення процесів розсіювання квазічастинкових збуджень на границях двох матеріалів: електронного (e) збудження на границі нормального металу і діелектрика (а), андреєвського відбиття електронної квазічастинки в діркову квазічастинку в контакті нормального металу з надпровідником (б) і в контакті ферромагнітного металу з надпровідником (в). Зображено фермі-поверхню з хвильовим вектором Фермі k_F (2.2а і 2.2б) і дві фермі-поверхні для зарядів із різним напрямком спінів (2.2в)

Якщо ненадпровідний металевий шар є феромагнітним, то в ньому існують дві електронні підзони. У такому разі електронний стан зі спіном догори, який рухається ліворуч, буде розсіюватися в дірковий з електронної підзони зі спіном донизу (сам дірковий стан буде мати спін догори). За такого пружного розсіювання енергія квазічастинки буде зберігатися, а хвильовий вектор помітно зміниться через стонерівське розщеплення зон (рис. 2.2в).

Далі ми будемо розглядати контакт двох металів з ідентичними електронними характеристиками в нормальному стані, тобто однаковими фермієвськими параметрами k_F . Тоді зшивка відповідних хвильових функцій на N/S границі розділу дає:

$$r_{eh}(\mathbf{k}) = \frac{v}{u} \exp(-i\Phi(\mathbf{k})), \quad r_{he}(\mathbf{k}) = \frac{u}{v} \exp(i\Phi(\mathbf{k})). \quad (2.31)$$

Тут $r_{eh(he)}(\mathbf{k})$ описує андреєвське відбиття електронної квазічастинки в діркову та навпаки. Ці амплітуди можна представити у вигляді:

$$r_{eh(he)}(\mathbf{k}) = r(\mathbf{k}, \varepsilon) e^{\mp i\Phi(\mathbf{k})} = \frac{\varepsilon + i\delta - \text{sign}(\varepsilon) \sqrt{(\varepsilon + i\delta)^2 - |\Delta(\mathbf{k})|^2}}{|\Delta(\mathbf{k})|} \exp(\mp i\Phi(\mathbf{k})). \quad (2.32)$$

У співвідношенні (2.32) δ – нескінченно мала позитивна величина. Для енергій, менших за мінімальне значення енергетичної щілини надпровідника $|\Delta(\mathbf{k})|$, маємо:

$$r_{eh(he)}(\mathbf{k}) = \exp(-i \arccos(\varepsilon / |\Delta(\mathbf{k})|)) \exp(\mp i\Phi(\mathbf{k})). \quad (2.33)$$

Вирази (2.31–2.33) отримано з припущенням, що надпровідний параметр порядку в S-шарі не змінюється з відстанню, а в N-шарі тотожно дорівнює нулю. Насправді ж, він має бути визначений у самоузгоджений спосіб. Проте східчасте наближення для надпровідного параметра порядку мало відрізняється від точного розв'язку та є цілком прийнятним для N/S подвійного шару з товщинами N і S плівок, що перевищують принаймні удвічі глибину проникнення надпровідних кореляцій $\xi = \hbar v_F / 2\Delta$.

2.3 Розмірні ефекти в транспортних характеристиках планарних гетероструктур

Двобар'єрні N-I-N-I-N структури з нанорозмірними металевими прошарками. На прикладі двобар'єрного тунельного переходу, схематично зображеного на рис. 2.3, наочно продемонструємо електронні шляхи всередині планарних гетероструктур, які, як зазначалося вище, складаються з окремих прямолінійних сегментів.

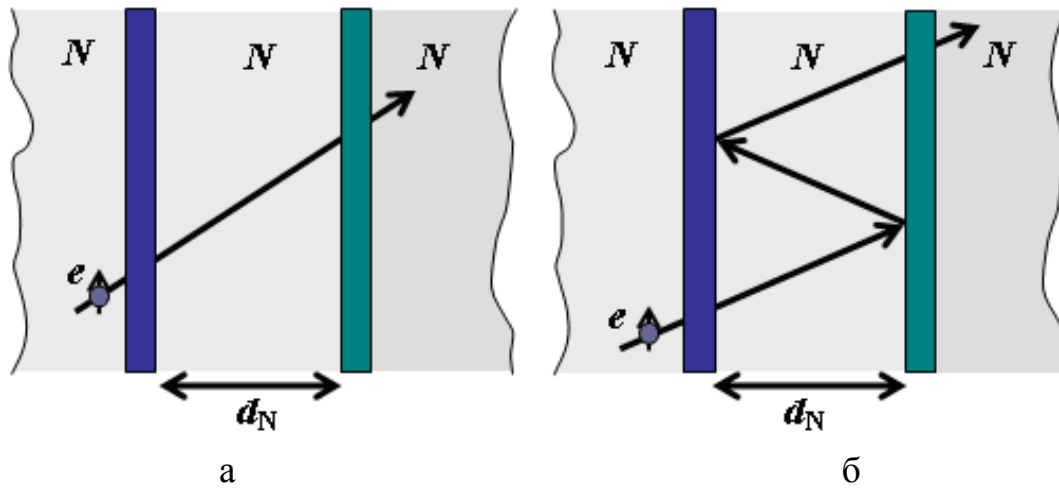


Рис. 2.3 – Схематичне зображення процесів розсіювання електронних хвиль у двобар'єрній гетероструктурі з двома ідентичними бар'єрами

Існує нескінченна кількість шляхів переходу з лівого резервуара до правого через двобар'єрну I-N-I ділянку з двома еквівалентними бар'єрами та нормальним металевим прошарком товщиною d_N . Перший, зображений на рис. 2.3а, містить у собі проходження через два бар'єри з амплітудами $t_1 = t_1^e(\mathbf{k})$ й $t_2 = t_2^e(\mathbf{k})$ (2.19) і набіг фази $\varphi = kd_N \cos \theta$ (2.24) за руху заряду між бар'єрами (вважаємо, що $\varepsilon \ll \hbar v_F k_F$). Друга можливість, зображена на рис. 2.3б, – це ще два відбиття від бар'єрів із амплітудами $r'_1 = r_1'^e(\mathbf{k})$ й $r_2 = r_2^e(\mathbf{k})$ (2.19) і додатковий набіг фази, який дорівнює 2φ . Третя можливість – чотири відбиття від бар'єрів із набігом фази 4φ і так далі.

Сума всіх внесків для певного i -го каналу (індекс i опускаємо):

$$\tilde{t} = t_1 \exp(i\varphi) t_2 (1 + r'_1 \exp(2i\varphi) r_2 + r'_1 \exp(2i\varphi) r_2 r'_1 \exp(2i\varphi) r_2 + \dots) = \frac{t_1 \exp(i\varphi) t_2}{1 - r'_1 \exp(2i\varphi) r_2}. \quad (2.34)$$

Тоді ймовірність тунелювання крізь I-N-I структуру в i -му каналі дорівнює:

$$D = |\tilde{t}|^2 = \frac{1}{1 + \left[2 - |t_1|^2 - |t_2|^2 - 2 \operatorname{Re} \{ r_1' r_2 \exp(2i\varphi) \} \right] (|t_1|^2 |t_2|^2)^{-1}}. \quad (2.35)$$

Формула (2.35) має той самий аналітичний вигляд $D = (1 + \tilde{Z}^2)^{-1}$, що й прозорість одиничного дельта-подібного бар'єра. Однак у цьому випадку параметр $\tilde{Z}$ не є константою, а залежить від кута падіння θ . За досить великих товщин d_N у результаті усереднення за θ величина $\tilde{Z}$ швидко змінюється від малих до дуже великих значень через зменшення прозорості бар'єрів зі зростанням кута θ і періодичною зміною набігу фази φ .

Чотиришарові N-I-N/S гетероструктури. Перейдемо до розрахунків транспортних характеристик N-I-N/S переходів, у яких один із електродів є N/S подвійним шаром із нормального й надпровідного (з s -хвильовою симетрією надпровідного параметра порядку) металів. У цьому випадку задача є дуже подібною до тієї, яка буда розглянута вище, але з огляду на наявність надпровідника відрізняється специфічним андреєвським відбиттям від одного з бар'єрів. У конкретних обчисленнях простіше розраховувати не ймовірність проходження електрона через обговорювану систему, а ймовірність повернення у вихідну точку в результаті відбиття від I-N області (рис. 2.4). Фігурними стрілками на рис. 2.4 зображено процеси андреєвського розсіювання.

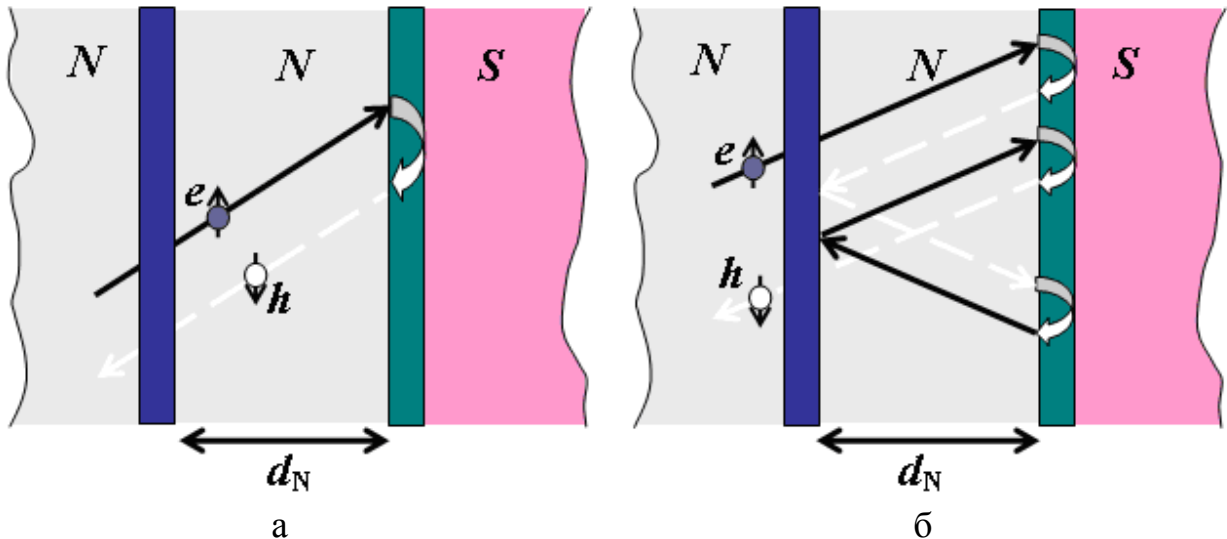


Рис. 2.4 – Схематичне зображення процесів розсіювання електронних станів (суцільні лінії) у діркові (штрихові лінії) в N-I-N/S гетероструктурі

Отже, у даній системі існує два типи таких процесів розсіювання: в електронний стан R^{ee} та у дірковий R^{eh} (як і вище, індекс i ми будемо опускати; внески в останній показано на рис. 2.4). Тоді для N-I-N/S гетероструктури за нульової температури природним узагальненням формули (1.5) буде співвідношення:

$$G(V) = \frac{e^2}{h} \sum_{i,\sigma} \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} \left[1 - |R_{i,\sigma}^{ee}(\varepsilon = eV)|^2 + |R_{i,\sigma}^{eh}(\varepsilon = eV)|^2 \right], \quad (2.36)$$

де ймовірність електронного тунелювання в N-I-N/S гетероструктурі розраховується як різниця між одиницею та ймовірністю повернення у вихідну точку у вигляді електрона або дірки.

Залежність дробового шуму від напруги може бути отримана з таких простих міркувань. Фактично ми маємо два внески в транспортний струм: один із них не змінюється в часі, а в другому $\langle n_i^2 \rangle \neq \langle n_i \rangle^2$, де $n_i(t)$ – число частинок i -каналу, які перетинають у цей момент певну площину. Беручи до уваги, що для ферміонів n_i дорівнює нулю або одиниці та $n_i^2 = n_i$, і з огляду на те, що внески електронів і дірок у квадрат струму (на відміну від самого струму, рівняння (2.36)) мають однаковий знак, ми отримаємо вираз (2.37), який враховує внески від двох типів розсіювання: без зміни типу квазічастинки та зі зміною:

$$\begin{aligned} S_{\text{non-eq}}(V) &= \frac{2e^2}{h} \sum_{i,\sigma} \int_0^\infty dE \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} \left(|R_{i,\sigma}^{ee}(\varepsilon = eV)|^2 + |R_{i,\sigma}^{eh}(\varepsilon = eV)|^2 \right) - \left(|R_{i,\sigma}^{ee}(\varepsilon = eV)|^2 - |R_{i,\sigma}^{eh}(\varepsilon = eV)|^2 \right)^2 = \\ &= \frac{2e^2}{h} \sum_{i,\sigma} \int_0^\infty dE \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} \left[|R_{i,\sigma}^{ee}(\varepsilon = eV)|^2 \left(1 - |R_{i,\sigma}^{ee}(\varepsilon = eV)|^2 \right) + |R_{i,\sigma}^{eh}(\varepsilon = eV)|^2 \left(1 - |R_{i,\sigma}^{eh}(\varepsilon = eV)|^2 \right) \right] + \\ &+ \frac{4e^2}{h} \sum_{i,\sigma} \int_0^\infty dE \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} |R_{i,\sigma}^{ee}(\varepsilon = eV)|^2 |R_{i,\sigma}^{eh}(\varepsilon = eV)|^2. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Розрахуємо тепер амплітуди ймовірностей розсіювання $R_{i,\sigma}^{ee}(\varepsilon)$ й $R_{i,\sigma}^{eh}(\varepsilon)$. Як і в N-I-N-I-N гетероструктурі, існує нескінченна безліч шляхів відбиття від I-N перехідної області з нормальним металевим прошарком товщиною d_N . Розглянемо спочатку відбиття електрона в дірку. Перша можливість містить проходження електрона через бар'єр I з амплітудою $t^e(\mathbf{k})$ згідно з (2.19), набіг фази $\varphi^e = k_x^e d_N$ (2.24) під час руху заряду між бар'єрами (вважаємо, що $\varepsilon \ll \hbar v_F k_F$), андреєвське відбиття від N/S границі, набіг фази $\varphi^h = k_x^h d_N$ і проходження дірки через бар'єр I з амплітудою $t^h(\mathbf{k})$ (рис. 2.4a). Друга можливість – відбиття дірки

від бар'єра з амплітудою $r'^h = r'^h(\mathbf{k})$, перетворення в електрон на границі з над-провідником, відбиття електрона від бар'єра з амплітудою $r'^e = r'^e(\mathbf{k})$, андрєєвське відбиття в дірку та проходження дірки через бар'єр I з амплітудою $t^h(\mathbf{k})$ (рис. 2.4б). Кожен шлях квазічастинки між бар'єром I та N/S границею супроводжується додатковим набігом фаз. Сума всіх можливих шляхів перетворення електрона в дірку, що рухається назад, дає результат:

$$\begin{aligned}
 R^{eh} &= t^e \exp(i\varphi^e) r^{eh} \exp(i\varphi^h) t^h (1 + \\
 &+ r'^h \exp(i\varphi^h) r^{he} \exp(i\varphi^e) r'^e \exp(i\varphi^e) r^{eh} \exp(i\varphi^h) + \dots) = \quad (2.38) \\
 &= \frac{t^e \exp(i\varphi^e + i\varphi^h) r^{eh} t^h}{1 - r'^h \exp(2i\varphi^h + 2i\varphi^e) r^{he} r^{eh} r'^e}.
 \end{aligned}$$

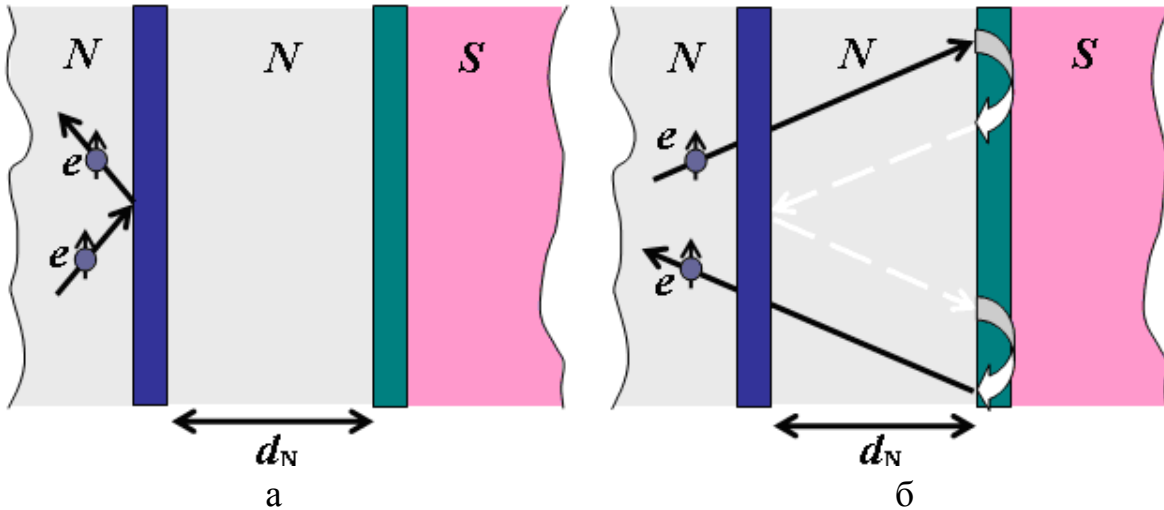


Рис. 2.5 – Схематичне зображення процесів електронного розсіювання в N-I-N/S гетероструктурі без зміни їхнього стану (суцільні лінії). Проміжні діркові хвилі показано штриховими лініями, фігурними стрілками зображено процеси андрєєвського розсіювання

Перейдемо тепер до відбиття електронів станів у N-I-N/S системі без зміни їхнього стану, тобто без перетворення у діркові стани (рис. 2.5). Перша можливість – це відбиття від бар'єра I з амплітудою $r^e = r^e(\mathbf{k}) t^e(\mathbf{k})$ (рис. 2.5а). Друга можливість містить тунелювання електрона крізь бар'єр I з амплітудою $t^e(\mathbf{k})$ (2.19), набіг фази $\varphi^e = k_x^e d_N$ (2.24), андрєєвське відбиття від N/S границі, набіг

фази $\varphi^h = k_x^h d_N$, відбиття дірки від бар'єра, ще один набіг фази $\varphi^h = k_x^h d_N$, перетворення дірки в електрон, набіг фази електроном $\varphi^e = k_x^e d_N$ і проходження електрона через бар'єр I з амплітудою $t^e(\mathbf{k})$ (рис. 2.5б). Тоді сума всіх шляхів може бути розрахована у такий спосіб:

$$\begin{aligned}
 R^{ee} &= r^e + t^e \exp(i\varphi^e) r^{eh} \exp(i\varphi^h) r'^h \exp(i\varphi^h) r^{he} \exp(i\varphi^e) t^e (1 + \\
 &+ r'^h \exp(i\varphi^h) r^{he} \exp(i\varphi^e) r'^e \exp(i\varphi^e) r^{eh} \exp(i\varphi^h) + \dots) = \\
 &= r^e + \frac{t^e \exp(2i\varphi^e + 2i\varphi^h) r'^h r^{he} t^e}{1 - r'^h \exp(2i\varphi^h + 2i\varphi^e) r^{he} r^{eh} r'^e}.
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

На рис. 2.6 наведено розраховану за формулами (2.36–2.39) диференціальну провідність і дробовий шум для тривимірних N-I-N/S структур із різними товщинами нормального шару d_N . Поява максимуму за $V = \Delta/e$ для N-I-S системи і за $V < \Delta/e$ для $d_N \neq 0$ – наслідок однієї й тієї самої фізичної природи, а саме конструктивної інтерференції відбитих хвиль усередині N-прошарку з нормального металу.

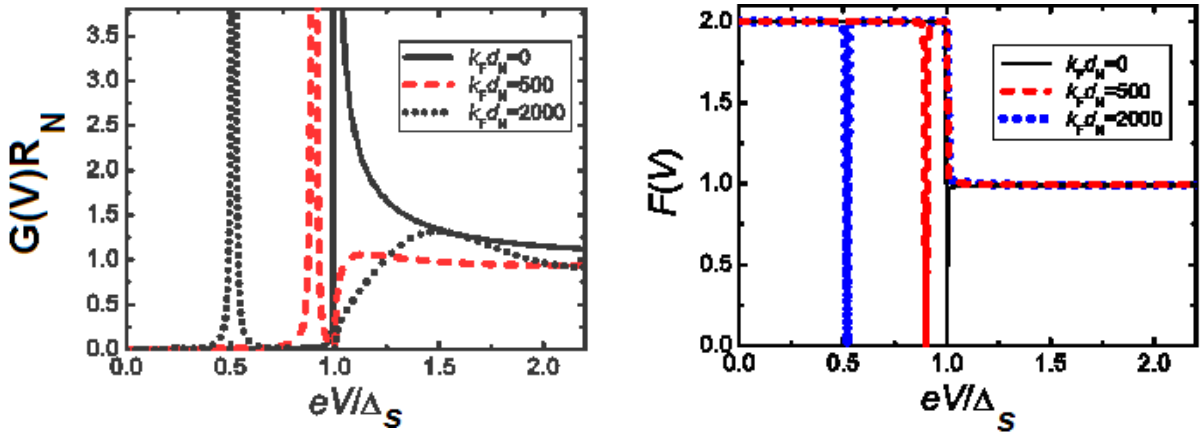


Рис. 2.6 – Диференціальна провідність N-I-N/S тунельних структур із $D_I \ll 1$, нормована на провідність $G_N = 1/R_N$ у нормальному стані, а також фактор Фано для трьох товщин N прошарку. Температура $T = 0$, $Z = 10$, енергія Фермі $E_F = 10^3 \Delta$

2.4 Узагальнення методики розрахунку транспортних характеристик на випадок багатотермінальних систем

Надалі навіть під час розрахунків провідності N-I-S структур, які складаються з трьох шарів, зручно вводити допоміжну ненадпровідну N' вставку з дуже малою товщиною, яка потім вважається нульовою, і з такими ж параметрами, як у S дротів у нормальному стані. Тобто будемо розглядати N-I- N'/S систему з чотирма шарами і товщиною $d_{N'} \rightarrow 0$. Тоді у випадку більш ніж одного надпровідного електрода ми маємо замінити відповідні амплітуди розсіювання

матрицями $\mathbf{T}_{e(h)} = \begin{pmatrix} t_{12}^{e(h)} \\ \dots \\ t_{1j}^{e(h)} \end{pmatrix}$ і $\tilde{\mathbf{T}}_{e(h)} = (t_{21}^{e(h)} \quad \dots \quad t_{j1}^{e(h)})$, які описують перехід заряду від

емітера N_1 до допоміжних N_j виводів (і навпаки), $j > 1$, а також $\tilde{\mathbf{T}}_{e(h)}^S = (t_{S2}^{e(h)} \quad \dots \quad t_{Sj}^{e(h)})$ для переходу заряду від N_j виводів до S_j дротів. Це характерно і для матриці звичайного відбиття (без заміни електрона на дірку і навпаки),

яка має вигляд: $\mathbf{R}_{e(h)} = \begin{pmatrix} r_{22}^{e(h)} & \dots & t_{2j}^{e(h)} \\ \dots & \dots & \dots \\ t_{j2}^{e(h)} & \dots & r_{jj}^{e(h)} \end{pmatrix}$. Ми вводимо також матрицю андреев-

ського відбиття для електрон-діркових перетворень (і зворотних), розрахованих у межах звичайного наближення сходинкоподібної функції для параметра порядку,

коли її просторова залежність ігнорується, $\mathbf{R}^{eh(he)}(\varepsilon) = \begin{pmatrix} a_2(m) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & a_j(m) \end{pmatrix}$, де

$a_j(\varepsilon) = \exp(-i \arccos(m/\Delta_j))$. Тоді отримуємо:

$$\begin{aligned} R_{eh}^N(\varepsilon) &= \tilde{\mathbf{T}}_h \mathbf{U}(\varepsilon) \mathbf{R}^{eh}(\varepsilon) \mathbf{T}_e, & R_{ee}^S(\varepsilon) &= \tilde{\mathbf{T}}_e^S \mathbf{U}(\varepsilon) \mathbf{T}_e, \\ R_{eh}^S(\varepsilon) &= \tilde{\mathbf{T}}_h^S \mathbf{R}_h \mathbf{U}(\varepsilon) \mathbf{R}^{eh}(\varepsilon) \mathbf{T}_e, \\ R_{ee}^N(\varepsilon) &= r_{11}^e + \tilde{\mathbf{T}}_e \mathbf{R}^{he}(\varepsilon) \mathbf{R}_h \mathbf{U}(\varepsilon) \mathbf{R}^{eh}(\varepsilon) \mathbf{T}_e, \end{aligned} \quad (2.40)$$

де $\mathbf{U}(\varepsilon) = (\mathbf{I} - \mathbf{R}^{eh}(\varepsilon) \mathbf{R}_e \mathbf{R}^{he}(\varepsilon) \mathbf{R}_h)^{-1}$ – це матриця, яка описує нескінченне число перетворень електронів у дірку та навпаки між двома надпровідними дротами та емітером. Елементарна амплітуда $t_{ij}^{e(h)}$, яка передається від допоміжного до

надпровідного дроту, дорівнює $t_{ej}^S(\varepsilon) = \sqrt{v_g/v_F}/u_0(\varepsilon)$, де квазічастинкова
групова швидкість у надпровіднику $v_g = \text{Re}(u_0^2(\varepsilon) - v_0^2(\varepsilon))v_F$.

Перш ніж розглянути приклади застосування формул (2.40), зауважимо, що експериментально тритермінальні пристрої за участі надпровідних дротів вже було створено експериментально. Наприклад, було реалізовано квантово-когерентні тритермінальні переходи Джозефсона, в яких один нормальний провідник було підключено до трьох надпровідних контактів. Інший приклад – це Y-подібна конфігурація з терміналами, взаємозв'язаними один із одним, де спостерігався недисипативний та нелокальний надпровідний струм. Звернемо також увагу на дослідження магнето-транспортних властивостей систем тривимірних топологічних ізоляторів з Y-подібною геометрією.

Далі як приклад ми розглянемо теоретично три одномірні провідники, пов'язані квантовим вузлом, і обговоримо транспорт квантових кореляцій від одного провідника до іншого.

Зарядовий транспорт у надпровідних розгалужувачах. Наступні розрахунки ґрунтуються на теорії квантового розсіювання зарядових збуджень у металевих гетероструктурах, яку викладено вище. Запропонована концепція базується на наявності N вхідних $\psi_i^{(\text{in})}(x_i)$ і N вихідних $\psi_i^{(\text{out})}(x_i)$ одноелектронних хвильових функцій із власними координатами x_i , які збільшуються вздовж i -го дроту, починаючи з вузла, де всі $x_i = 0$. Ці функції пов'язані одна з одною $N \times N$ унітарною $\mathbf{S}$ -матрицею. Недіагональні компоненти $\mathbf{S}$ -матриці – це амплітуди переносу заряду t_{ij} між i та j напівскінченними квантовими каналами ($i, j = 1, 2, \dots, N$), тоді як діагональні компоненти – це амплітуди відбиття r_{ii} .

Ключовим моментом у наших розрахунках є визначення 3×3 елементів $\mathbf{S}$ -матриці, які характеризують процеси розсіювання всередині вузла. Раніше в літературі ці елементи було отримано з умови унітарності та штучного припущення, що елементи обговорюваної $\mathbf{S}$ -матриці є реальними. Ба більше, три металеві дроти було пов'язано нееквівалентно за допомогою єдиного вільного параметра ε , який змінюється від нуля до $1/2$. Для порівняння з експериментальними даними його величину треба було визначати кожного разу, використовуючи відповідні феноменологічні аргументи.

Ще один підхід до цієї задачі був пов'язаний із наближенням сильного зв'язку, який мав своїм наслідком залежну від енергії та комплексну матрицю розсіювання, властивості котрої регулювалися одним контрольним параметром. Однак у такому разі незрозумілим залишається питання, якою мірою матриця розсіювання,

яку було отримано в рамках сильного зв'язку, може бути використана як адекватна модель для опису реальних металевих пристроїв з майже вільними електронами.

У такому разі для визначення елементів **S**-матриці корисно звернутися до двотермінального S-N переходу, властивості якого на сьогодні відомі детально. Найбільш популярне наближення в даному випадку базується на двох хвильових функціях у металевих одномірних провідниках, з'єднаних непровідним інтерфейсом, властивості якого моделюються потенціалом, що має вигляд дельта-функції. Це приводить до комплексних амплітуд t і r , і наша перша мета полягала в тому, щоб отримати 3×3 **S**-матрицю для нормального тритермінального пристрою, яка має відтворити добре встановлені результати у разі, коли кількість дріотів у системі скорочується до $N = 2$.

Для заданих хвильових чисел $k_i = \sqrt{2m(E_{F,i} \pm (\varepsilon^2 - \Delta^2)) / \hbar^2} > 0$ ($i = 1, 2, 3$, m – маса електрона, ε – енергія збудження, виміряна відносно енергії Фермі E_F , знак « $\pm$ » відповідає електронним (e) і дірковим (h) збудженням) ми отримуємо дві вхідні та дві вихідні квазіелектронні та квазидіркові хвильові функції:

$$\begin{aligned} \psi_{S,i}^{e(in)}(x) &= \frac{m}{\hbar\sqrt{k_i}} \frac{1}{\sqrt{u_i^2(\varepsilon) - v_i^2(\varepsilon)}} \begin{pmatrix} u_i(\varepsilon) \\ v_i(\varepsilon) \end{pmatrix} \exp(-ik_i(\omega^e)x - i\omega^e t), \\ \psi_{S,i}^{h(in)}(x) &= \frac{m}{\hbar\sqrt{k_i}} \frac{1}{\sqrt{v_i^2(\varepsilon) - u_i^2(\varepsilon)}} \begin{pmatrix} v_i(\varepsilon) \\ u_i(\varepsilon) \end{pmatrix} \exp(ik_i(\omega^h)x - i\omega^h t), \\ \psi_{S,i}^{e(out)}(x) &= \frac{m}{\hbar\sqrt{k_i}} \frac{1}{\sqrt{u_i^2(\varepsilon) - v_i^2(\varepsilon)}} \begin{pmatrix} u_i(\varepsilon) \\ v_i(\varepsilon) \end{pmatrix} \exp(ik_i(\omega^e)x - i\omega^e t), \\ \psi_{S,i}^{h(out)}(x) &= \frac{m}{\hbar\sqrt{k_i}} \frac{1}{\sqrt{v_i^2(\varepsilon) - u_i^2(\varepsilon)}} \begin{pmatrix} v_i(\varepsilon) \\ u_i(\varepsilon) \end{pmatrix} \exp(-ik_i(\omega^h)x - i\omega^h t), \end{aligned} \quad (2.41)$$

де $u_i(\varepsilon) = \sqrt{(1 + \sqrt{1 - \Delta_i^2 / \varepsilon^2}) / 2}$ та $v_i(\varepsilon) = \sqrt{(1 - \sqrt{1 - \Delta_i^2 / \varepsilon^2}) / 2}$, $|\varepsilon| > \Delta_i$, $\hbar\omega^{e,h}(k_i) = E_{F,i} \pm \varepsilon$ – для електронів і дірок. У нормальному стані $u_i(\varepsilon) = 1$ та $v_i(\varepsilon) = 0$ – для електронних квазічастинок, тоді як для дірок $u_i(\varepsilon) = 0$ та $v_i(\varepsilon) = 1$.

Уведемо, як було зазначено вище, допоміжний (повністю нормальний) вузол зникаючого розміру та знайдемо амплітуди переходу t_{ij} та амплітуди відбиття r_{ii} . Для цього нам потрібна безперервність відповідних хвильових функцій та

збереження потоку ймовірностей $j(x) = \frac{\hbar}{2mi} \left(\psi^* \frac{d\psi(x)}{dx} - \psi \frac{d\psi^*(x)}{dx} \right)$ для $x = 0$, тобто, маємо такі рівняння $\psi_1(0) = \psi_2(0) = \psi_3(0) = \psi_0 = \text{const}$ та $j_1(0) - j_2(0) - j_3(0) = 0$ (так звані модифіковані граничні умови Гриффіта). Розділивши обидві сторони останнього виразу на постійне значення $|\psi_0|^2$, яке безумовно має бути відмінним від нульового, отримаємо наступний результат:

$$\text{Im} \left(\frac{1}{\psi_0} \frac{d\psi_2(x)}{dx} \Big|_{x=0} + \frac{1}{\psi_0} \frac{d\psi_3(x)}{dx} \Big|_{x=0} - \frac{1}{\psi_0} \frac{d\psi_1(x)}{dx} \Big|_{x=0} \right) = 0. \quad (2.42)$$

Остання умова означає, що вираз у дужках – це реальна константа K , яка характеризує сполучення хвиль за $x = 0$, отже:

$$\frac{d\psi_1(x)}{dx} \Big|_{x=0} - \frac{d\psi_2(x)}{dx} \Big|_{x=0} - \frac{d\psi_3(x)}{dx} \Big|_{x=0} = K\psi_0. \quad (2.43)$$

Для двотермінального переходу рівняння (2.43) відтворює відому формулу для довільного δ -функціонального потенційного бар'єра на границі між двома нормальними металами, і тому єдиний вільний параметр K в нашій теорії – це фактично «ефективний потенційний бар'єр» на вузлі. Враховуючи можливу невідповідність хвильових чисел Фермі $k_{F,i} = \sqrt{2mE_{F,i} / \hbar^2}$, отримуємо:

$$t_{ij}^e = \frac{2\sqrt{k_{Fi}k_{Fj}}}{k_{F1} + k_{F2} + k_{F3} + iK} \quad \text{та} \quad r_{ii}^e = \frac{k_{Fi} - k_{Fj} - k_{Fl} - iK}{k_{F1} + k_{F2} + k_{F3} + iK}. \quad (2.44)$$

Тут $i=1,2,3$, $i \neq j$, $j \neq l$ і $i \neq l$, формули (2.44) справедливі для електронів, тоді як для дірок, які беруть участь у транспортних процесах у випадку, коли принаймні один дріт знаходиться у надпровідному стані, $t_{ij}^h = t_{ij}^{e*}$ та $r_{ii}^h = r_{ii}^{e*}$. Важливо, що навіть для ідеального контакту трьох однакових дрітів, коли $K = 0$, виникає ненульовий ефект зворотного розсіювання $r_{ii} \neq 0$. Зокрема, для трьох однакових квантових каналів і $K = 0$ (цей відносно простий випадок буде розглянуто нижче) носій, що приходить із першого терміналу, частково відбивається назад з імовірністю $|r_{11}^e|^2 = 1/9$, а частково переходить до інших дрітів з імовірністю $|t_{12}^e|^2 = |t_{13}^e|^2 = 4/9$.

Далі будемо вважати, що нескінченно малий вузол залишається нормальним навіть після переходу дротів у надпровідний стан. Зауважимо, що це лише математичний трюк, спрямований на застосування рівняння (2.43) до надпровідного розгалужувача. Останній додає до цього рівняння ще й андреєвське перетворення електрона в дірку на інтерфейсах між нормальними областями вузлів та сусідніми до них надпровідними електродами. Використаємо далі звичайне наближення ступінчастої функції для параметра порядку, яке ігнорує його просторові зміни (див. вище) та припустимо, що відповідна нормальна частина вузла має ті самі електронні параметри, що і надпровідник. У результаті алгебраїчних розрахунків отримуємо, що за нульової температури квазічастинка з енергією $|\varepsilon| < \Delta_i$ не може переходити з одного боку N/S контакту на інший, тоді як для енергій, більших за щілину $|\varepsilon| > \Delta_i$, вона може потрапити до сусідньої області з амплітудою

$$J_i(\varepsilon) = \sqrt{1 - v_i^2(\varepsilon)/u_i^2(\varepsilon)}. \quad (2.45)$$

Наступні обчислення ґрунтуються на 3×3 матриці розсіювання нормального вузла та зворотному андреєвському відбитті на N/S інтерфейсі, яке з'єднує збудження електронів і дірок у кожній нормальній області, яка прилягає до відповідного надпровідного дроту. Властивості розсіювання нормальною частиною переходу можна знайти у такий самий спосіб, як це було зроблено для двотермінального випадку. При цьому зауважимо, що рівняння (2.44) визначає, яка частина зарядового потоку в нормальній області передається в надпровідний дріт і навпаки. Тоді наша мета полягає в обчисленні електронної $t_{N,i}^{e(out)}(\varepsilon)$ та діркової $t_{N,i}^{h(out)}(\varepsilon)$ амплітуди у кожній i -й нормальній частині вузла й розрахунку відповідної величини у надпровідних дротах:

$$t_{S,i}^{e,h(out)}(\varepsilon) = J_i(\varepsilon)t_{N,i}^{e,h(out)}(\varepsilon). \quad (2.46)$$

РОЗДІЛ 3. ПРИКЛАДИ ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ КВАНТОВОГО ТРАНСПОРТУ В СКЛАДНИХ СТРУКТУРАХ.

3.1 Спіновий транспорт через Y-подібний розгалужувач

Продемонструємо важливість і перспективність викладеної вище методики розрахунку транспортних характеристик багатотермінальних пристроїв на прикладі просторового відокремлення магнітних та надпровідних елементів гібридних гетероструктур зі спіновою накачкою.

Добре відомим і ефективним методом керування властивостями надпровідника є інжекція в нього надлишкових квазічастинок із некомпенсованим позитивним або негативним зарядом і, відповідно, з несиметричним заповненням гілок спектра квазічастинкових збуджень. Такі нерівноважні ситуації в надпровідниках називають станами із *зарядовим розбалансом*. Останнім часом у рамках спітроніки почав розвиватися новий спосіб контролю за властивостями надпровідника, який базується на інжекції квазічастинок із некомпенсованим сумарним спіном. У таких експериментах для створення спінового розбалансу зазвичай використовують додаткове джерело спін-поляризованих електронів, яке приводиться в безпосередній контакт із надпровідником. Таким джерелом може бути провідний феромагнетик (метал або напівпровідник) із спонтанною спіновою впорядкованістю носіїв заряду в намагніченому стані. В такому разі ефект спінової накачки в надпровідній плівці відбувається під впливом струму високої густини, який проходить крізь феромагнітний шар. Виконані у такий спосіб експерименти довели високу ефективність цього методу створення нерівноважного стану в надпровіднику.

Наступним кроком у розвитку методів інжекції спін-поляризованих електронів стало застосування спінових фільтрів, надтонких плівок феромагнітних сполук у стані ізолятора, здатних фільтрувати електрони вибірково відповідно до їхньої спінової орієнтації. Внаслідок обмінного розщеплення дно зони провідності в такому матеріалі знаходиться за різних енергій для електронів зі спіном догори і електронів зі спіном донизу, що приводить до залежності висоти тунельного бар'єра в спіновому фільтрі від спінової орієнтації, а, отже, і до залежності ймовірності квантово-механічного тунелювання крізь такий нанорозмірний прошарок від напрямку електронного спіну. До сполук, які можуть бути використані для спінової фільтрації, належать феромагнітні напівпровідники EuS і EuO , складні оксиди BiMnO_3 , NiFe_2O_4 , CoFe_2O_4 , а також деякі нітриди, зокрема GdN .

Спіновий фільтр дає змогу використовувати немагнітні метали як інжектор, у такому разі ступінь спінової некомпенсованості потоку електронів на виході фільтра цілком визначається різницею висот потенціальних бар'єрів для двох

спінових напрямків. Такий пристрій є тришаровим тунельним переходом із немагнітним інжектором NM, спіновим фільтром SF і надпровідником S (рис. 3.1а). Проте така конструкція має свої недоліки. Порівняння вольт-амперних характеристик гетероструктур на основі двох NbN надпровідних електродів із нанорозмірним спін-фільтруючим проміжком GdN і немагнітним прошарком AlN виявило суттєве зменшення величини енергетичної щільності в NbN плівках від 2,25 меВ у переходах із немагнітним AlN бар'єром до 1,65 меВ у переходах із магнітним GdN бар'єром. Цей результат вказує на наявність приповерхневої деградації надпровідних електродів, які знаходяться в безпосередньому контакті зі спіновим фільтром.

Для того щоб уникнути прямого впливу магнітної плівки на надпровідну, необхідно просторово віддалити їх. Це можна зробити шляхом застосування квантового розгалужувача, який розщеплює потік квазічастинок на два, зберігаючи при цьому квантову когерентність. Якщо цей пристрій працює в квантовому режимі зарядового транспорту, тобто потоки квазічастинок залишаються фазово-когерентними, тоді квантові стани окремих частинок в обох потоках будуть зберігати взаємозв'язок один із одним, навіть у разі, коли вони будуть суттєво рознесені у просторі. Цей факт є наслідком квантової заплутаності. Отже, пучок електронів із некорельованими напрямками спінів від немагнітного металевого електрода NM потрапляє на вузол розгалужувача, після чого розподіляється на два потоки, один із яких потрапляє на спіновий фільтр SF, а другий – у провідник 3, з'єднаний із надпровідником S (рис. 3.1б).

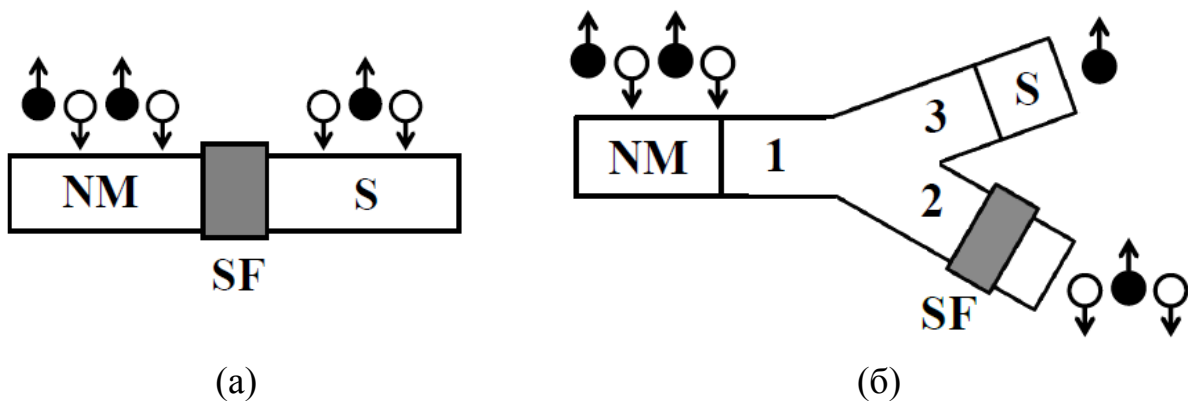


Рис. 2.7 – (а) схематичне зображення існуючого методу інжекції спін-поляризованих електронів у надпровідник за допомогою послідовно з'єднаних інжектора з нормального немагнітного металу NM, спінового фільтра SF і надпровідника S; (б) схематичне зображення способу інжекції спін-поляризованих електронів у надпровідник.

В останньому випадку пристрій є квантовим розгалужувачем, який складається з вхідного провідника 1, з'єданого з нормальним немагнітним інжектором, провідника 2, на кінці якого розміщено спіновий фільтр SF, і провідника 3, який веде до надпровідника S. Як приклад в обох випадках вважаємо, що ймовірності проходження через фільтр електронів зі спінами донизу і догори становить близько 100 і 50 відсотків відповідно

Спіновий фільтр пропускає крізь себе електрони вибірково. У разі, коли ймовірність проходження електронів зі спіном донизу суттєво перевищує ймовірність проходження електронів зі спіном догори, ймовірність бути відбитим назад до вузла розгалужувача вище у електронів зі спіном догори. Останні повертаються до вузла розгалужувача і частково відбиваються в провідник 3, який веде до надпровідника S, в якому частка інжекттованих електронів зі спіном догори може суттєво перевищувати частку електронів зі спіном униз (див. далі розрахунки). У такий спосіб реалізується інжекція спін-поляризованих електронів у надпровідник S від немагнітного нормального металу NM за допомогою спінового фільтра SF, який просторово розділений із надпровідником S (рис. 3.1б). У результаті його роботи потік електронів із некорельованими спінами буде розділено на потік електронів переважно зі спінами донизу, який виходить зі спінового фільтра, і потік електронів переважно зі спінами догори, які потрапляють у надпровідник. Ступінь поляризації останніх залежить від ефективності роботи спінового фільтра і розсіювання на вузлі розгалужувача.

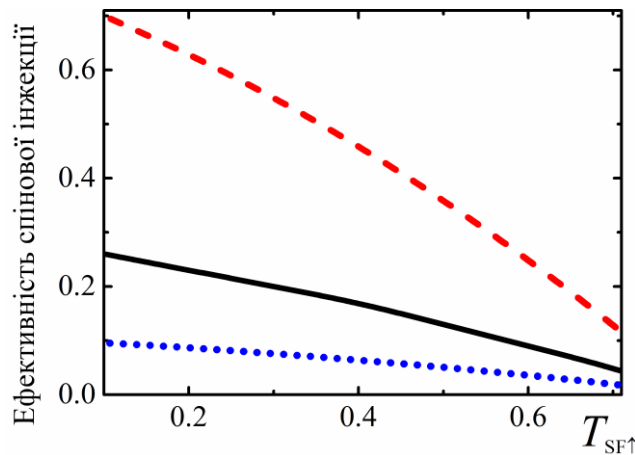


Рис. 3.2 – Залежність фактора ефективності спінової інжекції F від параметра спінового фільтра $T_{SF\uparrow}$ для різних співвідношень хвильових чисел Фермі у трьох провідниках, що складають запропонований квантовий розгалужувач: $k_1 = k_2 = k_3$ (суцільна крива), $k_2 = 5k_1 = 5k_3$ (штрихова крива), $k_3 = 5k_1 = 5k_2$ (точкова крива).

Ймовірність пройти крізь спіновий фільтр для електронів зі спіном донизу була фіксованою $T_{SF\downarrow} = 0,9$

На рис. 3.2 наведено результати чисельних розрахунків ефективності запропонованого методу інжекції спін-поляризованих електронів у надпровідник, які було реалізовано на основі теорії квантового транспорту в багатотермінальних структурах із одним або двома надпровідними провідниками, викладеної в попередньому розділі. Позначимо ймовірність пройти крізь спіновий фільтр для електронів зі спіном донизу через $T_{SF\downarrow}$, а відповідну величину для електронів зі спіном

догори через $T_{SF\uparrow}$. Для характеристики ефективності спінової інжекції в надпровідник S вводимо фактор $F = (T_{13\uparrow} - T_{13\downarrow}) / (T_{13\uparrow} + T_{13\downarrow})$, де $T_{13\uparrow}$ і $T_{13\downarrow}$ – імовірності переходу від провідника 1 до провідника 3, з'єданого з надпровідником S, для електронів зі спіном догори і електронів зі спіном донизу відповідно. Варто зауважити, що остаточний результат для фактора ефективності спінової інжекції F залежить від співвідношення між хвильовими числами Фермі в провідниках, що складають розгалужувач, тобто від відповідних матеріалів, оптимальній підбір яких дасть змогу суттєво підвищити різницю між концентраціями надлишкових електронів із різними спінами в надпровіднику. Рис. 3.2 ілюструє, у який спосіб ця характеристика залежить від співвідношення хвильових чисел Фермі в трьох провідниках розгалужувача за фіксованого значення $T_{SF\downarrow}$ і змінного параметра $T_{SF\uparrow}$.

Підкреслимо ще раз, що спінова сепарація відбувається у нашому пристрої навіть для нормального інжектора. Якщо він є феромагнітним, то спінова поляризація вихідних електронів посилиться ще більше. Зауважимо, що квантова передача інформації була реалізована останніми роками у спінових кубітах шляхом переміщення електронів між ними за допомогою електричних імпульсів, механічних хвиль або квантових посередників. Ці методи мають свої обмеження внаслідок суворих вимог до синхронізації імпульсів. Запропонований вище підхід до інжекції спін-поляризованих електронів у надпровідник позбавлений цих недоліків і дає змогу поєднати спінтронні і надпровідні елементи в єдину квантову мережу для контролю і транспорту квантової інформації.

3.2 Генерація вищих гармонік змінного магнітного поля квантовим кільцем

Як вже зазначалося вище, ефективний контроль за потоками зарядів у електронних пристроях є центральним завданням для багатьох галузей науки і техніки. Наномасштабні пристрої є надзвичайно перспективними кандидатами на цю роль, оскільки їхній енергетичний спектр може легко змінюватися за допомогою квантових низьковимірних структур, таких як квантові точки, квантові дроти або квантові кільця, реакція котрих на зовнішні поля добре відома. Відтак, у контрольованих нерівноважних умовах можна реалізувати нові квантові явища, відсутні у стані рівноваги. Створення нових мезоскопічних систем зменшених розмірів «на замовлення» за допомогою когерентних періодичних збурень називають *методом Флоке*. На сьогодні ця суто теоретична ідея перетворилася на потужний експериментальний інструмент для генерації нових квантових фаз із екзотичними нерівноважними властивостями. Для таких зовнішніх збурень струм крізь систему стає періодичним, і форма цієї залежності від часу може сильно відрізнятися від форми зовнішнього впливу. Далі ми обговоримо залежний від часу струм, генерований

зовнішнім синусоїдальним магнітним полем у мезоскопічному наномасштабному кільці, де квантова когерентність і відповідні кореляції визначають поведінку його базових характеристик.

Ідея такого пристрою почалася з *уявного* експерименту, запропонованого п'ятдесят років тому, для того щоб пояснити квантовий ефект Холла, який виникає в квантовому кільці, два протилежні краї якого з'єднано з окремими електронними резервуарами, а саме кільце поміщено в сильне магнітне поле, нормальне до його поверхні. Збільшення магнітного потоку Φ створює електрорушійну силу в кільці, що призводить до перенесення зарядів з одного резервуара до іншого. Адіабатичне збільшення Φ на квант магнітного потоку Φ_0 фізично видаляє частинку з локального рівня Фермі на одному краю пристрою та інjektує її на локальний рівень Фермі на іншому, діючи як своєрідний насос. У нашому (наразі теоретичному) випадку магнітне поле, а також різниця між двома рівнями Фермі, створена напругою V , змінюються періодично у часі. Основне питання, на якому ми зупинимось, – це генерація гармонік високого порядку в струмах, які протікають у обговорюваному квантовому кільці.

Наразі більшість протоколів у квантовому зв'язку, зондуванні та метрології базуються на ідеях квантової оптики. Зокрема, ефект генерації гармонік, властивий багатьом нелінійним системам, в основному відомий як нелінійний процес, у якому фотони однакової частоти взаємодіють між собою в нелінійному середовищі, в результаті чого виникає генерація фотонів, які мають частоти, пропорційні первісній. Здатність генерувати високі гармоніки через нелінійну взаємодію між інтенсивними світловими імпульсами та атомним газом заклала основу атомоїскусної науки та відкрила область надшвидкої спектроскопії атомів, молекул і твердих тіл. Нещодавно ту ж саму методику випромінювання високих гармонік було розроблено для матеріалів у твердому стані, хоча основний механізм цього явища залишається й досі дискусійним. Цей напрям досліджень є актуальним внаслідок придатності таких пристроїв для управління квантовою інформацією та створення відповідних логічних елементів.

У літературі неодноразово зазначалося, що на більш довгих (порівняно з оптичними) хвилях, таких як терагерцові або мікрохвильові, нинішня різноманітність квантових технологій, за винятком надпровідникової, є більш обмеженою. У мікрохвильових пристроях роль нелінійних елементів зазвичай відіграють напівпровідникові діоди. Коли на нелінійний діод подається синусоїдальна напруга з основною частотою f , струм крізь нього є несинусоїдальною періодичною функцією, перетворення Фур'є котрої містить гармоніки f . Втім, відповідні схеми генерації гармонік занадто складні, а гармоніки мають різні фазові кути, і через їхнє змішування має місце фазово-кутова інтерференція. Отже, для отримання

певного гармонічного сигналу належної якості на практиці необхідно використувати досить надійний фільтр.

У цьому підрозділі ми покажемо, що звичайне нанорозмірне металеве кільце з фазово-когерентним транспортом може бути джерелом ефективної генерації гармонік високого порядку для мікрохвильового сигналу. Фундаментальні квантові закони, які контролюють цей процес, гарантують їхнє існування, ідентифікацію та кращу стабільність під час зміни станів системи. Можна стверджувати, що це має багато спільного з надзвичайно привабливою ідеєю створення часових кристалів, де поняття простору й часу змінюються.

Викладені вище підходи до зарядового транспорту в мезоскопічних системах можуть бути застосовані і до системи, утвореної нанорозмірним фазово-когерентним квантовим кільцем із одним або двома дротами, з'єднаними з макроскопічними резервуарами. В такому випадку в петлі з нормального металу, пронизаної магнітним потоком Φ , існують постійні струми з амплітудою ev_F/L (v_F – швидкість Фермі, L – окружність кільця). Незгасаючий струм, а також інші характеристики є періодичними, а період $\Phi_0 = h/e$ – це квант елементарного потоку. Поведінка струму залежно від потоку сильно відрізняється в ізольованому кільці з нормального металу та петлі, пов'язаної з резервуарами, які розсіюють енергію та повністю стирають фазову пам'ять. У цьому підрозділі ми розглянемо кільце з нормального металу, яке з'єднане з двома резервуарами електронів, що характеризуються хімічними потенціалами μ_L та μ_R , як показано на рис. 3.3. Пристрій складається з трьох основних частин: двох розгалужувачів Y-типу А і С, кожен із яких характеризується власною матрицею розсіювання, та кільця, де квантова різниця фаз накопичується через наявність зовнішнього магнітного поля $\mathbf{H}$. Ми обмежимося невзаємодіючими електронами, балістичним розповсюдженням у кільцевих частинах, одним режимом у всіх трьох частинах пристрою та межею нульової температури. За кінцевих температур T внески від рівнів в інтервалі енергії $k_B T$ починають змішуватися для L , меншої за довжину фазової когерентності в провідному кільці.

У кожному дроті координата, позначена x_n , збільшується від вузлів, де вони перетинаються. У цих точках вхідні квазічастинкові хвильові функції несуть одиничний потік $\psi_n^{(in)}(x_n) = (m / \hbar \sqrt{k_n}) \exp(-ik_n x_n)$ з m – квазіелектронною масою, сплутуються і разом із вихідними хвилями утворюють хвильові функції $\psi_n(x_n)$ у кожній гілці. Як це було зазначено вище, відповідні коефіцієнти можна знайти, використовуючи модифіковані граничні умови Гріффіта у вузлі перетину, що впливає, наприклад, з однозначності хвильових функцій $\psi_1(0) = \psi_2(0) = \psi_3(0) = \text{const}$ та закону збереження струму (закон Кірхгофа), наприклад $j_1(0) - j_2(0) - j_3(0) = 0$.

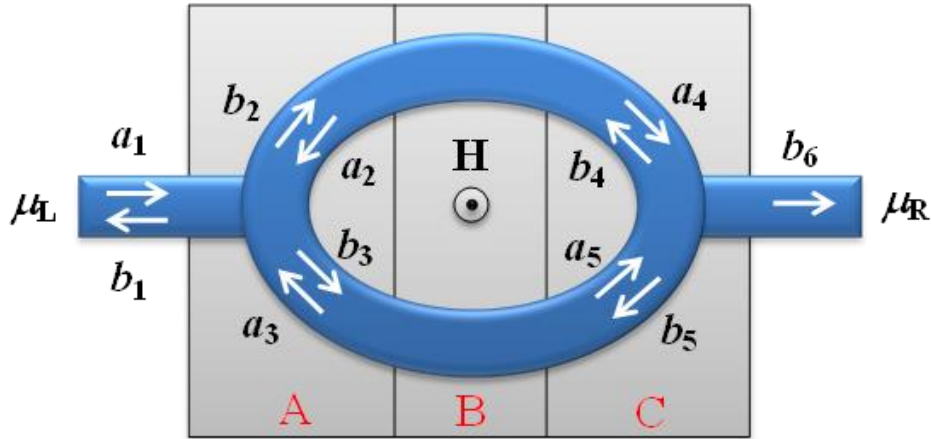


Рис. 3.3 – Схематичний вигляд квантового кільця з двома струмовими дротами.

Прямокутники показують три основні елементи пристрою: лівий і правий тритермінальні переходи, з'єднані з резервуарами, які характеризуються хімічними потенціалами μ_L та μ_R (частини А і С відповідно), і верхня та нижня частини кільця (частина В); a_n та b_n є вхідними та вихідними амплітудами ймовірностей у двох вузлах

Під час руху вздовж петлі з лівого на правий вузол носії струму отримують додаткову фазу $2\pi\Phi L_u / (\Phi_0 L)$ і $-2\pi\Phi L_l / (\Phi_0 L)$ для руху за годинниковою стрілкою та проти неї у верхній (u) та в нижній (l) петлях, довжини яких L_u і L_l відповідно. Отже, хвильові функції в різних частинах кільця з координатами $y_{u,l}$ зростають від лівого вузла до правого згідно з формулою $\psi_{u,l}(y_{u,l}) = \left(m / \hbar \sqrt{k_{u,l}} \right) \exp \left(i k_{u,l} y_{u,l} \pm 2\pi i \Phi y_{u,l} / (\Phi_0 L) \right)$, де $L = L_u + L_l$ – довжина окружності петлі. Вони мають відповідати амплітудам b_2 і b_3 у лівому вузлі, а також a_4 і a_5 у правому вузлі (рис. 3.3). Використовуючи наведені вище співвідношення, ми можемо обчислити хвильові амплітуди a_n і b_n для носіїв, що рухаються всередині петлі та переносяться до правого резервуара, які нормовані на амплітуду, що описує електрони з лівого резервуара. Звичайно, електронна хвиля, яка рухається у верхній частині кільця, розділяється між двома частинами, які потрапляють у нижню частину і на вихід, та відбиваються у верхню частину кільця. Коли пристрій ідеально квантово-когерентний, всередині кільця існує нескінченна кількість внутрішніх явищ відбиття і передачі. Зауважимо, що характер спостережуваної квантової інтерференції радикально залежить від співвідношення між довжиною фазової когерентності та довжинами L_u і L_l двох частин кільця.

Перейдемо до синусоїдального магнітного потоку $\Phi(t)$ частоти f_0 , що накладається на незалежний від часу потік Φ_1 . З нестационарної квантової теорії переносу впливає, що електрон із енергією $\varepsilon = \hbar f_0$, який випромінюється з лівого відведення, переноситься у праве відведення, а його енергія змінюється на

$\varepsilon_n = \varepsilon + nhf_0$, де n є цілим числом. Далі ми припускаємо, що струм у лівому відведенні також може включати компонент, який коливається з частотою модуляції ν . У цьому випадку існують два типи процесів, які залежать від часу: інжекції з лівого резервуара, що змінюються з часом, та зміни постійних струмів, викликаних потоком $\Phi(t)$. Якщо так, то ми отримаємо поєднання двох частот та їхніх гармонік. Далі припускаємо, що матриці розсіювання на двох вузлах заморожені і не змінюються зі змінним струмом. Зв'язок амплітуд b_2 і a_4 , а також b_3 і a_5 має відповідати адіабатичним $\Phi(t)$ коливанням. У такому разі ми можемо розглядати змінну t як параметр, який належить до заданої зміни властивостей вузлів розсіювання, а також до взаємозв'язку між амплітудами a і b на протилежних сторонах квантового кільця.

Ми розпочнемо наші розрахунки з аналізу кільця з одним струмовим дротом. Будемо вважати, що наведені на рис. 3.3 амплітуди ймовірностей $a_4 = b_5$, $a_5 = b_4$, $b_6 = 0$, а періодичний потік електронів, який надходить з резервуара $I(t) = I_1 + I_2 \cdot \sin(2\pi\nu t)$, змінюється з частотою ν . Незважаючи на наявність зовнішнього магнітного поля $\mathbf{H}$, ймовірність того, що введені заряди будуть відбиті назад у резервуар, дорівнює $R_{11}(t) = 1$. Постійне магнітне поле не може порушити цю симетрію, і тому постійні струми у двох кільцевих частинах компенсують один одного. Для синусоїдального магнітного потоку $\Phi(t) = \Phi_1 + \Phi_2 \cdot \sin(2\pi f_0 t)$ хвильова функція заряду, який обходить петлю, набуває додаткового фактору

$$F_{\pm}(t) = \exp(ikL \pm 2\pi i \Phi(t) / \Phi_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\Phi_2 / \Phi_0) \exp(ikL \pm i2\pi\Phi_1) \exp(\pm i2\pi n f_0 t), \quad \text{де}$$

$J_n(X)$ є n -им порядком функції Бесселя першого роду.

Знаходимо рівняння, які пов'язують відповідні амплітуди ймовірностей $b_1(t) = r_{11}a_1(t) + t_{21}a_2(t) + t_{31}a_3(t)$, $b_2(t) = t_{12}a_1(t) + r_{22}a_2(t) + t_{32}a_3(t)$ та $b_3(t) = t_{13}a_1(t) + t_{23}a_2(t) + r_{33}a_3(t)$, де $a_3(t) = F_+(t)b_2(t)$ і $a_2(t) = F_-(t)b_3(t)$. Амплітуди переходу та відбиття t і r , часові коливання яких, як передбачається, відбуваються адіабатично за зовнішніми збудженнями, що змінюються у часі. Очевидно, що реакція системи за нульової частоти буде охоплювати всі змінні зовнішні фактори та їхні гармоніки. Нас буде цікавити аналіз Фур'є постійних струмів у квантовому кільці, який можна реалізувати за допомогою стандартного алгоритму швидкого перетворення Фур'є (ШПФ), що перетворює вхідні сигнали у часовому форматі в частотні.

Рис. 3.4а демонструє різницю $\delta(t) = (I_u(t) - I_l(t)) / (I_u(t) + I_l(t))$ у часовій області (вставка), а також амплітуди ШПФ для постійного струму та періодичного магнітного потоку $\Phi(t)$ з $\Phi_1 = 0$ і частотою f_0 (головна частина рисунка). Загальним результатом є відгук на частотах $f = 0$, f_0 та $2f_0$ в кожній із двох амплітуд

ймовірностей, що залежать від часу і рухаються протилежно. Оскільки струми в квантовому кільці частково компенсують один одного, вихідна амплітуда ймовірності b_1 містить лише два внески з $f = 0$ і $2f_0$. Рис. 3.4б ілюструє вплив зміни струму $I(t) = I_2 \cdot \sin(2\pi\nu t)$ з часом на частоту $\nu = 0.5f_0$. Зрозуміло, що в такому разі в спектрі постійних струмів мають з'явитися гармоніки з частотами $f = 0.5f_0, 1.5f_0, 2.5f_0 \dots$. Для резонансного випадку, коли частоти збігаються, тобто $\nu = f_0$, відгук формується гармоніками з $f = f_0, 3f_0, 5f_0 \dots$ (вставка на рис. 3.4б).

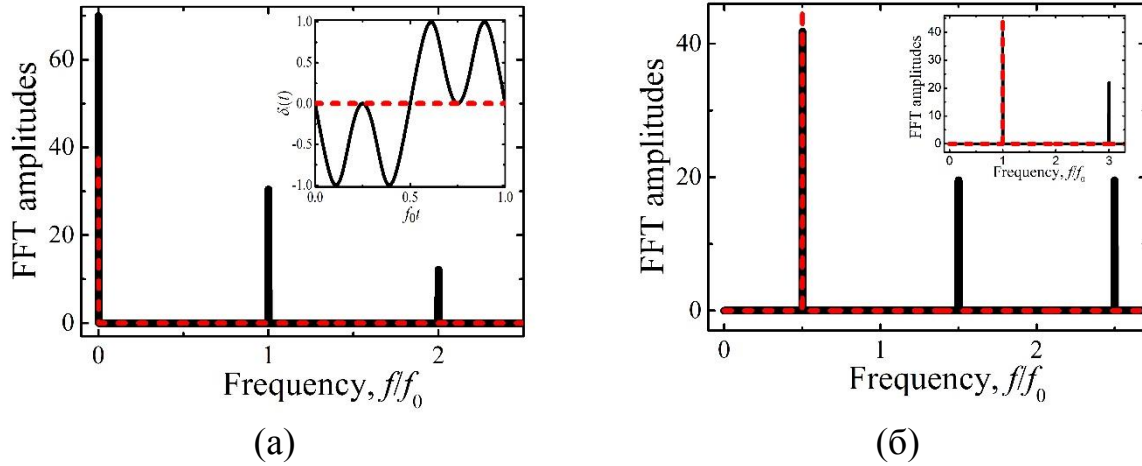


Рис. 3.4 – Квантове кільце з одним струмовим дротом: (а) ШПФ-спектр кожного з двох постійних струмів, які рухаються в протилежних напрямках для постійного струму (основна частина рисунка) та відповідна різниця двох струмів в кільці $\delta(t)$ (вставка). Магнітний потік є синусоїдальним з $\Phi_1 = 0$, $\Phi_2 = 0.5\Phi_0$ та частотою f_0 ; штрихові лінії відповідають постійному магнітному полю $\Phi_1 = 0.5\Phi_0$;
(б) ШПФ-спектр кожного з двох постійних струмів, які рухаються в протилежних напрямках для періодичного струму з $2\nu = f_0$ (основна частина рисунка) і $\nu = f_0$ (вставка). Магнітний потік є синусоїдальним з $\Phi_1 = 0$, $\Phi_2 = 0.5\Phi_0$ і частотою f_0 ; штрихові лінії відповідають постійному магнітному полю $\Phi_1 = 0.5\Phi_0$. В обох випадках $k_2 = k_3 = 2k_1$, $K = 0$

Тепер ми переходимо до квантового кільця з двома струмовими дротами, припускаючи, що резервуари мають періодичну за часом різницю у напрузі $V(t) = V(t + T_V)$, та проаналізуємо диференціальну провідність системи $G(t) = I(t)/V(t)$ в частотній області. Нашою метою є аналіз інтерференції змінних струмів, які виникають через напругу $V(t)$ з $T_V = 1/\nu$, зі струмами, які генеруються періодичним магнітним потоком $\Phi(t)$ з періодом T_Φ , який дорівнює $T_\Phi = 1/f_0$.

Подібно до обговорення вище, ми починаємо з незалежної від часу напруги $V(t) = V_1 = \text{const}$ і демонструємо $G(t)$, залежну від часу диференціальну провідність, нормалізовану до кванта провідності відкритого єдиного каналу. Матриця

розсіювання, яка перетворює вхідний стан a_1 у вихідний стан b_6 , дає змогу обчислити прозорість системи, що визначає її провідність згідно з формалізмом Ландауера–Буттікера. Вставка на рис. 3.5а демонструє поведінку $G(t)$ для постійної напруги за наявності осцилюючого магнітного поля. Окрім фазових зсувів, породжених магнітним потоком $\Phi(t)$, ми враховуємо також ті, що обумовлені кінцевими та різними довжинами L_u і L_l двох частин кільця.

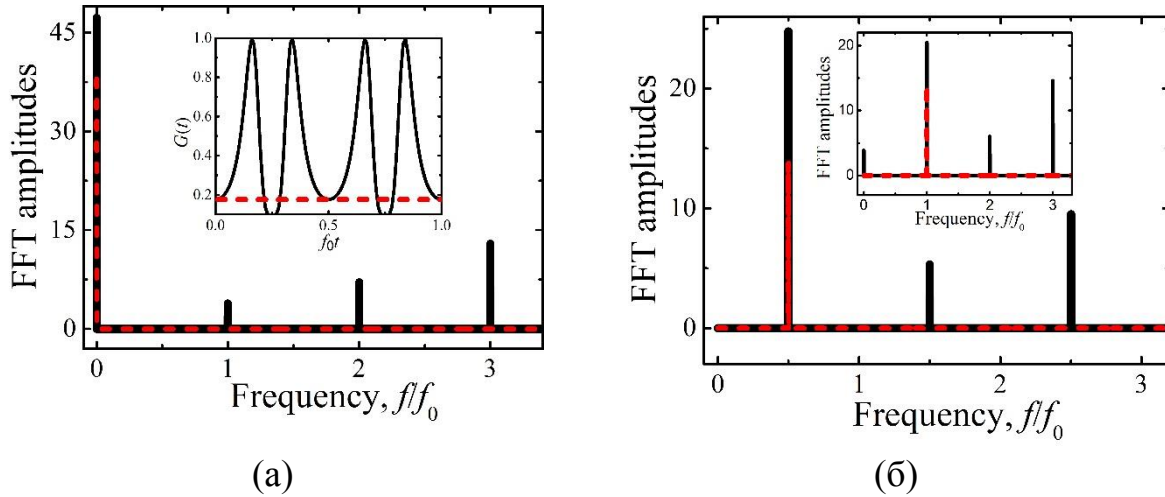


Рис. 3.5 – Квантове кільце з двома струмовими дротами: (а) ШПФ-спектр нормалізованої диференціальної провідності $G(t)$ для постійної напруги (основна частина рисунка) і відповідна залежність від часу $G(t)$ (вставка). Магнітний потік є синусоїдальним з $\Phi_1 = 0$, $\Phi_2 = 0.5\Phi_0$ і частотою f_0 ; штрихові лінії відповідають постійному магнітному полю $\Phi_1 = 0.5\Phi_0$; (б) ШПФ-спектр нормалізованої диференціальної провідності $G(t)$ для періодичної напруги з $2\nu = f_0$ (основна частина рисунка) і $\nu = f_0$ (вставка). Магнітний потік є синусоїдальним з $\Phi_1 = 0$, $\Phi_2 = 0.5\Phi_0$ та частотою f_0 ; штрихові лінії відповідають постійному магнітному полю $\Phi_1 = 0.5\Phi_0$. В обох випадках $k_2 = k_3 = 2k_1$, $K = 0$, довжина верхньої та нижньої частин кільця є $L_u = 2/k_2$ і $L_l = 1/k_3$

Рис. 3.5а–3.5б демонструють вплив змінного у часі потоку на амплітуди ШПФ для постійної та коливальної напруги. В останньому випадку $V(t) = V_2 \sin(2\pi\nu t)$ з частотами модуляції $\nu = 0.5f_0$ та $\nu = f_0$. Отже, змінюючи співвідношення між параметрами ν і f_0 , ми можемо налаштовувати спектр системи в частотному діапазоні.

Наведені вище чисельні результати показують, що наперед задані структури в частотній області можуть бути створені та налаштовані спільною дією синусоїдальної напруги, прикладеної до нанорозмірного квантового кільця, та мікрохвильовим накачуванням. Аналіз частотного відгуку, показаного на рис. 3.5б, показує значну залежність диференціальної провідності ШПФ-спектра від взаємо-

зв'язку між частотами двох періодичних сигналів. Ця функція може бути використана для виявлення наявності певних частот у немонохроматичному електромагнітному випромінюванні та їхнього відносного внеску. Наприклад, відсутність відгуку на подвоєній частоті 2ν синусоїдальної залежності $V(t)$ та її сильне зростання на новій частоті сигналу $\nu' = 2\nu$ вказує на наявність компонента з частотою $f_0 = \nu'$ у зовнішньому немонохроматичному сигналі $\Phi(t)$. Зауважимо, що такий аналіз є можливим, коли пропускна здатність набагато менша за центральну частоту сигналу.

Запропонований нанорозмірний пристрій може бути використано також для квантового зондування мікрохвильового випромінювання. Можлива реалізація конкретних структур у часовій області може привести до нових практично корисних нанорозмірних налаштувань. Зокрема, створення нерівноважних станів зі спонтанно порушеною часовою симетрією може мати своїм наслідком утворення *часових кристалів*. Найпростіша фізична реалізація квантового часового кристала – це квантова частинка в осцилюючому магнітному полі на частоті f_0 , прикладеному перпендикулярно до одновимірної кільцевої орбіти. У цьому випадку стаціонарні розв'язання рівняння Шредінгера мають відбуватися за періодом зовнішньої дії. Основне питання полягає в тому, чи можна це зробити в найнижчому енергетичному стані квантової системи. Ключовою ідеєю був пошук замкнутих квантових систем, які просторово впорядковані та постійно рухаються в основному стані коливальним або обертальним способом. Періодичність у часі може виникнути внаслідок введення магнітного поля, перпендикулярного до кільця, як описано вище. Крім того, має існувати механізм локалізації квантових частинок. Сучасні експерименти показують, що дискретні часові кристали без будь-якої необхідності щодо локалізації можуть бути реалізовані в нерівноважних системах з гамільтоніаном $\hat{H}(t+T) = \hat{H}(t)$. В принципі, ми могли б сформувати хвильовий пакет, локалізований у просторі безпосередньо у резервуарі, формально включивши його до замкнутої квантової системи, і у такий спосіб передавати квантову інформацію на більш високих частотах.

Оскільки ефекти квантової інтерференції є дуже крихкими, особливо у вкрай нерівноважних умовах, як у нашому випадку, нижче ми обговоримо роль різних факторів, що руйнують їх. У реальних зразках електронні стани утворюють зони, розділені краями відповідних локалізованих станів з рівнем Фермі в щілинах рухливості. Адіабатична зміна системи багатьох тіл не може збуджувати квазі-частинки по всій щілині. Отже, основні теоретичні результати, отримані для квантового кільця з невзаємодіючими електронами, нечутливі до наявності домішок, а також до крайових ефектів, і залишаються дійсними для брудних зразків. Звичайно, концепція адіабатичності, тобто можливості реалізувати квазістатичний

процес, коли поступово змінені умови дають змогу системі адаптувати свою конфігурацію, є вирішальною для нашого обговорення. У такому разі результат адіабатичної процедури зводиться до відповідного власного стану кінцевого гамільтоніана (квантова адіабатична теорема). Наскільки це може бути реалізовано в квантових кільцях, залишається відкритим питанням, яке має вирішуватися експериментально.

Контрольні питання та завдання для самостійної роботи студентів

Питання до розділу 1

1. У чому полягає фізичний сенс хвильової функції?
2. Наведіть рівняння Шредінгера і поясніть величини, які входять до нього.
3. Що означає корпускулярно-хвильовий дуалізм?
4. Чому явище квантової заплутаності відсутнє в класичній механіці?
5. Поясніть, у який спосіб у фейнманівській інтерпретації квантової механіки виникають класичні траєкторії.
6. Наведіть визначення дії в ньютонівській механіці та поясніть її роль у фейнманівській інтерпретації квантової механіки.
7. Доведіть еквівалентність рівнянь (1.9) і (1.10).
8. За допомогою формули (1.16) розрахуйте чисельно форму хвильового пакета для довільного набору параметрів. Визначте, у який спосіб вона залежить від їхніх величин.
9. Чому можна користуватися наближенням вільних електронів у реальних кристалах?
10. Чому ефективна маса електрона в кристалі m_{eff} відрізняється (інколи суттєво) від ефективної маси вільного електрона?

Питання до розділу 2

1. Поясніть роль матриці розсіювання в теоретичному аналізі процесів квантового транспорту в складних системах.
2. Доведіть справедливість формули (2.1).
3. Розрахуйте чисельно формулу фермієвської функції розподілу $f(E) = \left[1 + \exp((E - \mu)/k_B T)\right]^{-1}$ для довільної температури. Визначте, у який спосіб вона змінюється за переходу від кімнатних до наднизьких температур.
4. Поясніть різницю між рівноважними і нерівноважними внесками в спектральну щільність дробового шуму.
5. Що характеризує фактор Фано?
6. Отримайте формулу (2.13) для спектральної щільності дробового шуму з рівнянь (2.6) і (2.7).
7. Доведіть справедливість формул (2.16) і (2.17), використовуючи співвідношення (2.15).
8. Отримайте рівняння (2.22) з формули (2.21). Що означає універсальний характер цього рівняння? В чому полягає фізичний сенс моделі Стонера для зонних ферромагнетиків?

9. Поясніть різницю між формулами (2.24) для нормального металу і (2.30) для надпровідника.
10. Поясніть різницю між процесами електронного розсіювання на рис. 2.3, 2.4 і 2.5. В чому полягає специфіка відповідних процесів у надпровідних гетероструктурах?
11. Порівняйте методики розрахунку транспортних характеристик для дво- і багатотермінальних систем.
12. Поясніть фізичний сенс граничних умов Гриффіта.

Питання до розділу 3

1. Наведіть приклади методів інжекції спін-поляризованих електронів в немагнітні металеві плівки.
2. У чому полягає принципова різниця двох способів інжекції спін-поляризованих електронів у надпровідну плівку, зображених на рис. 3.1?
3. Поясніть причину залежності фактора ефективності спінової інжекції від співвідношення хвильових чисел Фермі в провідниках, які утворюють квантовий розгалужувач (рис. 3.2).
4. Чим відрізняються і чим схожі часові кристали та звичайні просторові кристали?
5. Яка фізична причина генерації вищих гармонік у квантовому кільці (рис. 3.4 і 3.5)?

Перелік джерел посилання

1. Johnston H. Physics World announces its finalists for the 2021 Breakthrough of the Year // Physics World, 07 Dec 2021. Available at: <https://physicsworld.com/a/physics-world-announces-its-finalists-for-the-2021-breakthrough-of-the-year/>
2. Yoon T. H., Cho M. Quantitative complementarity of wave-particle duality // Science Advances. – 2021. – Vol. 7, No. 34. Art. ID: eabi9268. DOI: 10.1126/sciadv.abi9268
3. De Lépinay L. M., Ockeloen-Korppi C. F., Woolleyand M. J., Sillanpää M. A. Quantum mechanics–free subsystem with mechanical oscillators // Science. – 2021. – Vol. 372, No. 6542. – P. 625–629. DOI: 10.1126/science.abf5389
4. Direct observation of deterministic macroscopic entanglement / Kotler S. Peterson G. A., Shojaei E., et al. // Science. – 2021. – Vol. 372, No. 6542. – P. 622–625. DOI: 10.1126/science.abf2998

Список рекомендованої літератури

Розділ 1

1. Висоцький В. І. Квантова механіка та її використання у прикладній фізиці. Київ: ВПЦ «Київський університет», 2008. 367 с.
2. Вакарчук І. О. Квантова механіка: підручник. 4-те вид., доп. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2012. 872 с.
3. Висоцький В. І., Максютя М. В., Ястремський І. О. Збірник задач із квантової механіки: навч. посіб. Київ: ВПЦ «Київський університет», 2019. 287 с.
4. Sharma A. C. A Textbook on Modern Quantum Mechanics. Boca Raton: CRC Press, 2021. 335 p.
5. Djordjevic I. B. Quantum Information Processing, Quantum Computing, and Quantum Error Correction: An Engineering Approach. 2nd ed. Cambridge: Academic Press, 2021. 838 p.

Розділ 2

1. Москалец М. В. Основи мезоскопічної фізики. Харків: НТУ «ХПІ», 2010. 179 с.
2. Ouisse T. Electron transport in nanostructures and mesoscopic devices: An introduction. London: Wiley-ISTE, 2008. 387 p.
3. Moskalets M. V. Scattering matrix approach to non-stationary quantum transport. Singapore; London: World Scientific, 2011. 280 p.

4. Zubov E. E., Zhitlukhina E. S. Effective field approach to transition-metal oxide systems: Magnetism, transport and spectral properties. Vinnytsia: Vasyl' Stus DonNU, 2019. 164 p.
5. Belogolovskii M., Zhitlukhina E. Junction spectroscopy of superconductors. Ed. R. Morrow. A Comprehensive Guide to Superconductivity. Ch. 2. Hauppauge, New York: Nova, 2021.

Розділ 3

1. Кичак В. М., Крушевський Ю. В., Гаврілов Д. В. Основи радіоелектроніки. Вінниця: ВНТУ, 2010. 368 с.
2. Товстолиткін О. І., Боровий М. О., Курилюк В. В. та ін. Фізичні основи спінтроники: навчальний посібник. Вінниця: Нілан-ЛТД, 2014. 500 с.
3. Bandyopadhyay S., Bahay M. Introduction to Spintronics. 2nd ed. Boca Ratton: CRC Press, 2015. 636 p.
4. Spintronics Handbook: Spin Transport and Magnetism. Vol. 3: Nanoscale Spintronics and Applications. 2nd ed. Ed. by E. Y. Tsymbal and I. Žutić. Boca Ratton: CRC Press, 2019. 664 p.
5. Zhang G.-P., Lefkidis G., Murakami M., Hübner W, George T.F. Introduction to Ultrafast Phenomena: From Femtosecond Magnetism to High-Harmonic Generation. Boca Ratton: CRC Press, 2020. 320 p.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	3
ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1. БАЗОВІ КОНЦЕПЦІЇ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ.....	6
1.1 Імовірнісний характер еволюції квантової системи. Хвильова функція	6
1.2 Принцип невизначеності, корпускулярно-хвильовий дуалізм.....	9
1.3 Явище заплутаності квантових станів	10
1.4 Фейнманівський підхід до аналізу квантового транспорту.....	12
1.5 Енергетична зона структура твердих тіл	17
1.6 Транспортні явища у твердих тілах	21
РОЗДІЛ 2. КВАНТОВО-КОГЕРЕНТНИЙ ЕЛЕКТРОННИЙ ТРАНСПОРТ У ГІБРИДНИХ ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ	24
2.1 Елементи теорії розсіювання	24
2.2 Амплітуди імовірності розсіювання для окремих частин складної гетероструктури	28
2.3 Розмірні ефекти в транспортних характеристиках планарних гетероструктур.....	36
2.4 Узагальнення методики розрахунку транспортних характеристик на випадок багатотермінальних систем.....	41
РОЗДІЛ 3. ПРИКЛАДИ ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ КВАНТОВОГО ТРАНСПОРТУ В СКЛАДНИХ СТРУКТУРАХ.....	46
3.1 Спіновий транспорт через Y-подібний розгалужувач	46
3.2 Генерація вищих гармонік змінного магнітного поля квантовим кільцем	49
КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ТА ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ.....	58
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ.....	60
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	60

ДЛЯ НОТАТОК

Навчальне видання

Білоголовський Михайло Олександрович

Житлухіна Олена Сергіївна

Радіо Сергій Вікторович

ЗАРЯДОВИЙ ТРАНСПОРТ У КВАНТОВИХ МЕРЕЖАХ

Навчальний посібник

Редактор

А. О. Цяпало

Технічний редактор

Т. О. Важеніна-Гопрак

Рисунок на обкладинці:

Квантова заплутаність у баченні художника /Artist's rendition of quantum entanglement. ©Nicolle R. Fuller, National Science Foundation.

Режим доступу:

https://www.nsf.gov/news/special_reports/announcements/072120.jsp

Підписано до друку 09.05.2022

Формат 60 x 84/16. Папір офсетний.

Друк – цифровий. Умовн. друк. арк. 3,72

Тираж 100 прим. Зам. 4

Донецький національний університет імені Василя Стуса

21021, м. Вінниця, 600-річчя, 21

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи

до Державного реєстру

серія ДК № 5945 від 15.01.2018